

Übungsklausur 1 – Zins- und Finanzmathematik

Name: _____	Klasse: _____	Version: 1
Datum: _____	Punkte: _____ / 90	Note: _____

Hinweise: Rechenwege nachvollziehbar darstellen. Geldbeträge auf Cent, Zinssätze und Zeitangaben auf zwei Nachkommastellen runden, sofern nichts anderes verlangt wird.

Die Aufgaben verwenden andere Zahlen und eine andere betriebliche Anwendung als die Ausgangsklausur.

Aufgabe 1 – Rücklage (20 Punkte)

Herr Berger betreibt eine kleine Fahrradwerkstatt und bildet eine Rücklage für eine spätere Erweiterung des Betriebs.

- a) Berechnen Sie das Endkapital von 7.200 € nach 8 Jahren bei 4,3 % p. a. sowie von 5.100 € nach 11 Jahren bei 3,6 % p. a. (6 P.)
- b) 7.200 € sollen in 8 Jahren auf 9.800 € anwachsen. Welcher Zinssatz ist erforderlich? (5 P.)
- c) Wie lange dauert es bei 4,3 % p. a., bis 7.200 € auf 9.800 € angewachsen sind? (4 P.)
- d) Ein Geschäftspartner legt 5.000 € zu 4,0 % p. a. an. Eine Kollegin legt 6.500 € zum gleichen Zinssatz 7 Jahre an. Wie lange muss der Geschäftspartner anlegen, um denselben Endwert zu erreichen? (5 P.)

Aufgabe 2 – Investitionsrücklage (12 Punkte)

Für neue Diagnose- und Reparaturgeräte sollen in 8 Jahren 14.000 € bereitstehen. Eine Bank bietet 4,8 % p. a.

- a) Wie viel muss heute einmalig eingezahlt werden? (7 P.)
- b) Wie viel Prozent des späteren Betrags sind heute einzuzahlen? Formulieren Sie einen Kundensatz. (5 P.)

Aufgabe 3 – Zwei Zinsphasen (18 Punkte)

Ein Unternehmer legt 6.000 € an: 3 Jahre zu 3,1 % p. a., danach 5 Jahre zu 6,9 % p. a.

- a) Berechnen Sie das Endkapital. Prüfen Sie die Behauptung, das entspreche 8 Jahren zu 5,0 % p. a. (9 P.)
- b) Danach sollen 12.500 € erreicht werden. Variante 1: weitere Anlage zu 6,9 % p. a. – wie lange? Variante 2: Ziel nach genau 4 weiteren Jahren – welcher Zinssatz? (9 P.)

Aufgabe 4 – Wachstumsziele (16 Punkte)

Ein Unternehmer vergleicht langfristige Anlageziele.

- a) Nach wie vielen Jahren verdoppelt sich Kapital bei 5,8 % p. a.? Nach wie vielen Jahren ist Kapital bei 7,9 % p. a. um 80 % gestiegen? (8 P.)

b) Welcher Zinssatz ist nötig für eine Verdopplung in 12 Jahren bzw. eine Verdreifachung in 18 Jahren? (8 P.)

Aufgabe 5 – Vergleich von Finanzierungsangeboten (24 Punkte)

Eine Fahrradwerkstatt möchte 2026 neue Werkstatt- und Diagnosegeräte anschaffen. Drei Anbieter bieten unterschiedliche Zahlungspläne an. Für Zahlungen bis einschließlich 2026 gilt ein Zinssatz von 2 % p. a.; ab 2027 beträgt der Zinssatz 4 % p. a.

Jahr	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028	2029
n	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
Zinssatz	2 %	2 %	2 %	2 %	2 %	4 %	4 %	4 %
Anbieter A	–	–	1.300 €	–	1.300 €	1.300 €	1.300 €	1.300 €
Anbieter B	–	1.900 €	–	1.900 €	–	1.900 €	–	1.900 €
Anbieter C	2.500 €	–	–	–	2.500 €	–	2.500 €	–

Vergleichszeitpunkt ist das Ende des Jahres 2026 (K_0). Alle Zahlungen erfolgen jeweils am Ende des angegebenen Jahres.

a) Berechnen Sie für jeden Anbieter den Wert aller Zahlungen zum Vergleichszeitpunkt Ende 2026 (K_0). (12 P.)

b) Berechnen Sie anschließend für jeden Anbieter den Wert K_3 am Ende des Jahres 2029. (6 P.)

c) Welchen Anbieter sollte das Unternehmen aus rein finanzieller Sicht wählen? Begründen Sie Ihre Entscheidung kurz. (6 P.)

Musterlösung – Übungsklausur 1

Aufgabe 1 (20 Punkte)

a) $7.200 \cdot 1,043^8 = 10.083,40 \text{ €}$. $5.100 \cdot 1,036^{11} = 7.525,36 \text{ €}$.

b) $q = (9.800 / 7.200)^{(1/8)} = 1,0392899 \Rightarrow p \approx 3,93 \% \text{ p. a.}$

c) $n = \ln(9.800 / 7.200) / \ln(1,043) \approx 7,32 \text{ Jahre.}$

d) $5.000 \cdot 1,04^n = 6.500 \cdot 1,04^7 \Rightarrow n \approx 13,69 \text{ Jahre.}$

Aufgabe 2 (12 Punkte)

a) $K_0 = 14.000 / 1,048^8 = 9.621,39 \text{ €}$.

b) $9.621,39 / 14.000 \cdot 100 \approx 68,72 \%$. Kundensatz: Heute müssen rund 68,72 % des später benötigten Betrags eingezahlt werden.

Aufgabe 3 (18 Punkte)

a) $K = 6.000 \cdot 1,031^3 \cdot 1,069^5 = 9.179,43 \text{ €}$. Vergleich: $6.000 \cdot 1,05^8 = 8.864,73 \text{ €}$. Die Behauptung ist falsch; der arithmetische Durchschnitt der Zinssätze führt bei Zinseszins nicht automatisch zum gleichen Endkapital.

b) Variante 1: $n = \ln(12.500 / 9.179,43) / \ln(1,069) \approx 4,63 \text{ Jahre}$. Variante 2: $p = (12.500 / 9.179,43)^{(1/4)} - 1 \approx 8,02 \% \text{ p. a.}$

Aufgabe 4 (16 Punkte)

a) Verdopplung: $n = \ln(2) / \ln(1,058) \approx 12,29 \text{ Jahre}$. Anstieg um 80 %: $n = \ln(1,8) / \ln(1,079) \approx 7,73 \text{ Jahre}$.

b) Verdopplung in 12 Jahren: $p = 2^{(1/12)} - 1 \approx 5,95 \%$. Verdreifachung in 18 Jahren: $p = 3^{(1/18)} - 1 \approx 6,29 \%$.

Aufgabe 5 (24 Punkte)

a) A: $1.300 \cdot 1,02^2 + 1.300 + 1.300/1,04 + 1.300/1,04^2 + 1.300/1,04^3 = 6.260,14 \text{ €}$. B: $1.900 \cdot 1,02^3 + 1.900 \cdot 1,02 + 1.900/1,04 + 1.900/1,04^3 = 7.470,31 \text{ €}$. C: $2.500 \cdot 1,02^4 + 2.500 + 2.500/1,04^2 = 7.517,47 \text{ €}$.

b) $K_3 = K_0 \cdot 1,04^3$. A: 7.041,80 €. B: 8.403,08 €. C: 8.456,13 €.

c) Aus rein finanzieller Sicht ist Anbieter A zu wählen, da sein Wert der Zahlungen am Vergleichszeitpunkt am niedrigsten ist.

Übungsklausur 2 – Zins- und Finanzmathematik

Name: _____	Klasse: _____	Version: 2
Datum: _____	Punkte: _____ / 90	Note: _____

Hinweise: Rechenwege nachvollziehbar darstellen. Geldbeträge auf Cent, Zinssätze und Zeitangaben auf zwei Nachkommastellen runden, sofern nichts anderes verlangt wird.

Diese Version prüft dieselben Kompetenzen in einer neuen Handlungssituation und mit veränderten Zahlen.

Aufgabe 1 – Rücklage (20 Punkte)

Frau König betreibt einen kleinen Cateringservice und möchte eine Rücklage für eine neue Großküche bilden.

- a) Berechnen Sie das Endkapital von 7.500 € nach 10 Jahren bei 3,9 % p. a. sowie von 5.900 € nach 9 Jahren bei 3,2 % p. a. (6 P.)
- b) 7.500 € sollen in 10 Jahren auf 10.100 € anwachsen. Welcher Zinssatz ist erforderlich? (5 P.)
- c) Wie lange dauert es bei 3,9 % p. a., bis 7.500 € auf 10.100 € angewachsen sind? (4 P.)
- d) Ein Geschäftspartner legt 5.200 € zu 3,7 % p. a. an. Eine Kollegin legt 7.000 € zum gleichen Zinssatz 9 Jahre an. Wie lange muss der Geschäftspartner anlegen, um denselben Endwert zu erreichen? (5 P.)

Aufgabe 2 – Investitionsrücklage (12 Punkte)

Für einen neuen Kühlraum sollen in 6 Jahren 13.500 € bereitstehen. Eine Bank bietet 5,0 % p. a.

- a) Wie viel muss heute einmalig eingezahlt werden? (7 P.)
- b) Wie viel Prozent des späteren Betrags sind heute einzuzahlen? Formulieren Sie einen Kundensatz. (5 P.)

Aufgabe 3 – Zwei Zinsphasen (18 Punkte)

Eine Unternehmerin legt 5.800 € an: 5 Jahre zu 2,7 % p. a., danach 3 Jahre zu 7,1 % p. a.

- a) Berechnen Sie das Endkapital. Prüfen Sie die Behauptung, das entspreche 8 Jahren zu 4,5 % p. a. (9 P.)
- b) Danach sollen 11.800 € erreicht werden. Variante 1: weitere Anlage zu 7,1 % p. a. – wie lange? Variante 2: Ziel nach genau 5 weiteren Jahren – welcher Zinssatz? (9 P.)

Aufgabe 4 – Wachstumsziele (16 Punkte)

Eine Unternehmerin vergleicht langfristige Anlageziele.

- a) Nach wie vielen Jahren verdoppelt sich Kapital bei 6,4 % p. a.? Nach wie vielen Jahren ist Kapital bei 8,2 % p. a. um 75 % gestiegen? (8 P.)
- b) Welcher Zinssatz ist nötig für eine Verdopplung in 10 Jahren bzw. eine Verdreifachung in 15 Jahren? (8 P.)

Aufgabe 5 – Vergleich von Finanzierungsangeboten (24 Punkte)

Ein Cateringunternehmen möchte 2026 neue Kühl- und Küchentechnik anschaffen. Drei Anbieter bieten unterschiedliche Zahlungspläne an. Für Zahlungen bis einschließlich 2026 gilt ein Zinssatz von 2 % p. a.; ab 2027 beträgt der Zinssatz 4 % p. a.

Jahr	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028	2029
n	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
Zinssatz	2 %	2 %	2 %	2 %	2 %	4 %	4 %	4 %
Anbieter A	–	–	1.400 €	–	1.400 €	1.400 €	1.400 €	1.400 €
Anbieter B	–	2.000 €	–	2.000 €	–	2.000 €	–	2.000 €
Anbieter C	2.600 €	–	–	–	2.600 €	–	2.600 €	–

Vergleichszeitpunkt ist das Ende des Jahres 2026 (K_0). Alle Zahlungen erfolgen jeweils am Ende des angegebenen Jahres.

- Berechnen Sie für jeden Anbieter den Wert aller Zahlungen zum Vergleichszeitpunkt Ende 2026 (K_0). (12 P.)
- Berechnen Sie anschließend für jeden Anbieter den Wert K_3 am Ende des Jahres 2029. (6 P.)
- Welchen Anbieter sollte das Unternehmen aus rein finanzieller Sicht wählen? Begründen Sie Ihre Entscheidung kurz. (6 P.)

Musterlösung – Übungsklausur 2

Aufgabe 1 (20 Punkte)

a) $7.500 \cdot 1,039^{10} = 10.995,54 \text{ €}$. $5.900 \cdot 1,032^9 = 7.833,74 \text{ €}$.

b) $q = (10.100 / 7.500)^{(1/10)} = 1,0302106 \Rightarrow p \approx 3,02 \% \text{ p. a.}$

c) $n = \ln(10.100 / 7.500) / \ln(1,039) \approx 7,78 \text{ Jahre.}$

d) $5.200 \cdot 1,037^n = 7.000 \cdot 1,037^9 \Rightarrow n \approx 17,18 \text{ Jahre.}$

Aufgabe 2 (12 Punkte)

a) $K_0 = 13.500 / 1,05^6 = 10.073,91 \text{ €}$.

b) $10.073,91 / 13.500 \cdot 100 \approx 74,62 \%$. Kundensatz: Heute müssen rund 74,62 % des später benötigten Betrags eingezahlt werden.

Aufgabe 3 (18 Punkte)

a) $K = 5.800 \cdot 1,027^5 \cdot 1,071^3 = 8.140,45 \text{ €}$. Vergleich: $5.800 \cdot 1,045^8 = 8.248,18 \text{ €}$. Die Behauptung ist falsch; die unterschiedlichen Zinsphasen ergeben nicht denselben Wert wie eine durchgehende Verzinsung mit 4,5 %.

b) Variante 1: $n = \ln(11.800 / 8.140,45) / \ln(1,071) \approx 5,41 \text{ Jahre}$. Variante 2: $p = (11.800 / 8.140,45)^{(1/5)} - 1 \approx 7,71 \% \text{ p. a.}$

Aufgabe 4 (16 Punkte)

a) Verdopplung: $n = \ln(2) / \ln(1,064) \approx 11,17 \text{ Jahre}$. Anstieg um 75 %: $n = \ln(1,75) / \ln(1,082) \approx 7,10 \text{ Jahre}$.

b) Verdopplung in 10 Jahren: $p = 2^{(1/10)} - 1 \approx 7,18 \%$. Verdreifachung in 15 Jahren: $p = 3^{(1/15)} - 1 \approx 7,60 \%$.

Aufgabe 5 (24 Punkte)

a) A: $1.400 \cdot 1,02^2 + 1.400 + 1.400/1,04 + 1.400/1,04^2 + 1.400/1,04^3 = 6.741,69 \text{ €}$. B: $2.000 \cdot 1,02^3 + 2.000 \cdot 1,02 + 2.000/1,04 + 2.000/1,04^3 = 7.863,49 \text{ €}$. C: $2.600 \cdot 1,02^4 + 2.600 + 2.600/1,04^2 = 7.818,17 \text{ €}$.

b) $K_3 = K_0 \cdot 1,04^3$. A: 7.583,48 €. B: 8.845,35 €. C: 8.794,38 €.

c) Aus rein finanzieller Sicht ist Anbieter A zu wählen, da sein Wert der Zahlungen am Vergleichszeitpunkt am niedrigsten ist.