

Aufgabe 3 – Finanzmathematik (23 Punkte) Aufgabe

Für den Bau einer neuen Produktionsanlage hat die „1SUS GmbH“ einen Investitionsbedarf von 4.000.000 € ermittelt, wobei 2.500.000 € davon mit einem Zinssatz von 2,5 % fremdfinanziert werden müssen.

3.1 Berechne die jährliche Annuität, wenn der Kredit in 10 Jahren getilgt werden soll. (4 Punkte)

Der Geschäftsführer, Herr Baco, möchte die Annuität auf 200.000 € beschränken.

3.2 Bestimme die Länge der Tilgungsdauer. (5 Punkte)

3.3 Ermittle die Höhe der Restschuld nach 12 Jahren, wenn nach 10 Jahren der Zinssatz auf 4% steigt. (7 Punkte)

3.4 Der Eigenanteil von 1.500.000 €, der für die geplante Investition eingebracht werden soll, ist folgendermaßen zustande gekommen:

3.4.1 Herr Baco hat vor 8 Jahren 300.000 € geerbt. Diesen Betrag legte er zu 3,5 % p.a. in einem festverzinslichen Wertpapier an, sodass inzwischen eine deutlich höhere Summe angewachsen ist. Bestimme den aktuellen Guthabenstand. (2 Punkte)

3.4.2 Außerdem zahlte Herr Baco in den vergangenen 25 Jahren jeweils vorschüssig in eine kapitalbildende Lebensversicherung ein. Auch hier erhielt er einen Zinssatz von 3,5 %. Berechne die Höhe der Jahresrate. Solltest du im ersten Teil kein Ergebnis ermitteln können, dann rechne mit einem Rentenendwert von 1.100.000 €. (5 Punkte)

Aufgabe 3 – Finanzmathematik (23 Punkte) Lösung

Für den Bau einer neuen Produktionsanlage hat die „1SUS GmbH“ einen Investitionsbedarf von 4.000.000 € ermittelt, wobei Ko 2.500.000 € (Zeitpunkt jetzt, d.h. 0) davon mit einem Zinssatz von p 2,5 % ($q=1,025=1+p$) fremdfinanziert werden müssen.

3.1 Berechne die jährliche Annuität, wenn der Kredit in n 10 Jahren getilgt werden soll. (4 Punkte)
 $2,5\%=0,025 = 2,5/100$

RS Restschuld

$$RS_n = Ko \cdot q^n - A \cdot \frac{(q^n - 1)}{(q - 1)}$$

$Kn = Ko \cdot q^n$ (-> Kapital, das ich nach n Jahren habe bzw. entspricht der Höhe der Schulden, wenn ich nichts zurückbezahle)

$A \cdot \frac{(q^n - 1)}{(q - 1)}$ -> Schuld wird durch regelmäßige Zahlung vermindert

$$0 = 2.500.000 \cdot 1,025^{10} - A \cdot \frac{(1,025^{10} - 1)}{0,025}$$

$$0 = 3.200.211,36 - A \cdot 11,2 \quad | + A \cdot 11,2 \quad | : 11,2$$

$$\underline{A = 285.733,16}$$

Der Geschäftsführer, Herr Baco, möchte die Annuität auf 200.000 € beschränken.

3.2 Bestimme die Länge der Tilgungsdauer n .

$$RS_n = Ko \cdot q^n - A \cdot \frac{(q^n - 1)}{(q - 1)}$$

$$0 = 2.500.000 \cdot 1,025^n - 200.000 \cdot \frac{(1,025^n - 1)}{0,025} \quad | \cdot 0,025$$

$$0 = 62500 \cdot 1,025^n - 200.000 \cdot 1,025^n + 200.000 \quad a \cdot (c - d) = ac - ad$$

$$0 = 1,025^n (62500 - 200.000) + 200.000 \quad | -200.000$$

$$-200.000 = -137.500 \cdot 1,025^n \quad | : -137.500$$

$$1,455 = 1,025^n \quad | \ln \quad \ln(a^b) = b \cdot \ln(a)$$

$$\ln(1,455) = n \cdot \ln(1,025)$$

$$n = \ln(1,455) / \ln(1,025) = 15,19$$

A: Tilgungsdauer 16 Jahre oder 15 und Schlusszahlung

3.3 Ermittle die Höhe der Restschuld nach 12 Jahren, wenn nach 10 Jahren der Zinssatz auf 4% steigt.

$$RS_n = Ko \cdot q^n - A \cdot \frac{(q^n - 1)}{(q - 1)}$$

10 Jahre 2,5% und weitere 2 Jahre 4%)

$$RS_{10} = 2.500.000 \cdot 1,025^{10} - 200.000 \cdot \frac{(1,025^{10} - 1)}{0,025} = 959.535$$

$$RS_{12} = 959.535 \cdot 1,04^2 - 200.000 \cdot \frac{(1,04^2 - 1)}{0,04} = 629.833$$

3.4 Der Eigenanteil von **1.500.000 €**, der für die geplante Investition eingebracht werden soll, ist folgendermaßen zustande gekommen:

3.4.1 Herr Baco hat vor **8 Jahren 300.000 €** geerbt. Diesen Betrag legte er zu **3,5 %** p.a. in einem festverzinslichen Wertpapier an, sodass inzwischen eine deutlich höhere Summe angewachsen ist. Bestimme den aktuellen Guthabenstand. (2 Punkte)

$$K_n = K_0 \cdot q^n = 300000 \cdot 1,035^8 = \underline{\underline{395.042,71}} \text{ ca. } 400.000$$

3.4.2 Außerdem zahlte Herr Baco in den vergangenen **25 Jahren** jeweils **vorschüssig** in eine kapitalbildende Lebensversicherung ein. Auch hier erhielt er einen Zinssatz von **3,5 %**. Berechne die **Höhe der Jahresrate**. Solltest du im ersten Teil kein Ergebnis ermitteln können, dann rechne mit einem Rentenendwert von 1.100.000 €. (5 Punkte)

Rest, der durch die Lebensversicherung zu finanzieren ist: $1.500.000 - \underline{\underline{395.042,71}} = \text{ca. } \underline{\underline{1.100.000}}$
Lebensversicherung: regelmäßige Zahlung am Jahresanfang

$$R_n = r \cdot q \cdot (q^n - 1) / p \Leftrightarrow 1100.000 = r \cdot \underline{\underline{1,035 \cdot (1,035^{25} - 1) / 0,035}}$$

$q \cdot$ -> Vorschüssig

$$\underline{\underline{1,035 \cdot (1,035^{25} - 1) / 0,035}} = 40,31. \rightarrow 1.100.000 / 40,31 = 27.288,51 \text{ Euro}$$
$$r = 27.288,51$$

-
1. Welche Formel?
 2. Wann wurde welche Zahlung geleistet? / Wann ist der Bezugszeitpunkt?
 3. Zahlen in die Formel einsetzen / umformen

3 Formeln: