

 Berufskolleg Opladen	Fach: Klasse:		Datum:
---	------------------	--	--------

Klausurvorbereitung Analysis

Gegeben ist der Höchstpreis (HP) in Höhe von $100GE$, die Sättigungsmenge in Höhe von $16\frac{2}{3}$ ME sowie die Kostenfunktion $K(x) = \frac{1}{5}x^3 - 4x^2 + 25x + 100$. Berechnen Sie folgende ökonomischen Punkte bzw. Funktionen:

- a) Nachfragefunktion $p_N(x)$
- b) Erlösfunktion $E(x)$
- c) Erlösmaximum E_{Max}
- d) Break-Even Punkte BEP_1 und BEP_2
- e) Gewinnmaximum G_{Max}
- f) Gewinnzone mit Gewinnschwelle GS und Gewinngrenze GG
- g) Cournotscher Punkt CP (gewinnmaximaler Preis)
- h) Variable Kosten $K_v(x)$ und fixe Kosten K_f
- i) Variable Stückkosten $k_v(x)$, fixe Stückkosten k_f
- j) Stückkosten $k(x)$
- k) Grenzkosten $K'(x)$
- l) Betriebsminimum BM und Kurzfristige Preisuntergrenze KPU
- m) Betriebsoptimum BO und Langfristige Preisuntergrenze LPU

- 1) Stellen Sie anschließend die Funktionen und Punkte von a) bis g) graphisch dar.
- 2) Unterscheiden Sie zwischen Erlösfunktion im Monopol und Polypol (vgl. 1b).
- 3) Berechnen Sie das Erlösmaximum (vgl. 1c) auf einem alternativen Weg.
- 4) Erklären Sie im Kontext von k_f (vgl. 1i) die Fixkostendegression.
- 5) Erläutern Sie den Begriff Grenzkosten (vgl. 1k).
- 6) Grenzen Sie Betriebsminimum und Betriebsoptimum voneinander ab (vgl. 1l und 1m).
- 7) Es seien $p_N(x)$ S. 126 linear
- 8) Quadratisch S. 142
- 9) Ganzrationale Funktionen 3. Grades $\rightarrow G_{max}$ S. 168

 Berufskolleg Opladen	Fach: Klasse:		Datum:
---	------------------	--	--------

Lösung

Gegeben ist der Höchstpreis (HP) in Höhe von 100GE, die Sättigungsmenge in Höhe von $16\frac{2}{3}$ ME sowie die Kostenfunktion $K(x) = \frac{1}{5}x^3 - 4x^2 + 25x + 100 =$

a) Nachfragefunktion / Preisabsatzfunktion $p_N(x)$: Es seien $p_N(x)$ linear $= m \cdot x + b$

Höchstpreis (HP) in Höhe von 100GE: P (0 | 100)

Sättigungsmenge in Höhe von $16\frac{2}{3}$ ME P(16,67 | 0)

P(0 | 100): $p(0) = m \cdot 0 + b = 100$ **$b = 100$**

P(16,67 | 0) $p(16,67) = m \cdot 16,67 + 100 = 0$ | -100 | : 16,67

$m = -100/16,67 = -6$ **$p(x) = -6 \cdot x + 100$**

b) Umsatz / Erlösfunktion $E(x) = p(x) \cdot x = (-6 \cdot x + 100) \cdot x = -6 \cdot x^2 + 100 \cdot x$ (Preis * Menge)

c) Erlösmaximum E_{Max} -> Die Erlösfunktion schneidet die x-Achse immer bei 0 und der Sättigungsmenge -> $x_{emax} = \text{Sättigungsmenge} / 2 = 16,67 / 2 = 8,34$ (Menge bei der der höchste Erlös erzielt wird.)

d) $E(8,34) = -6 \cdot 8,34^2 + 100 \cdot 8,34 = 416,67$ -> E_{max} (8,34 | 416,67)

Bei einer Menge von 8,34ME erzielt man den höchsten Erlös, dieser beträgt 416,67 GE.

e) Gewinnmaximum G_{Max}

1. **Gewinnfunktion muss berechnet werden**

$$G(x) = E(x) - K(x) = -6 \cdot x^2 + 100 \cdot x - \left(\frac{1}{5}x^3 - 4x^2 + 25x + 100 \right) = \underline{\underline{-0,2x^3 - 2x^2 + 75x - 100}}$$

2. **Gewinnfunktion 2mal ableiten**

→ -> Steigung = 0 |

→ 1. Ableitung $G'(x) = -0,6 \cdot x^2 - 4x + 75$

→ 2. Ableitung $G''(x) = -1,2x - 4$

Hochpunkt: **Bedingungen: $G'(x) = 0$ und $G''(x) < 0$;**

3. **1. Ableitung 0 gesetzt $G'(x) = 0$ (pq-Formel)**

$$-0,6x^2 - 4x + 75 = 0 \quad | : -0,6$$

$$x^2 + 6,67x - 125 = 0$$

$$x_{1/2} = - (6,67/2) \pm \sqrt{(6,67/2)^2 - (-125)}$$

$$x_1 = 25/3 = 8,33 \quad x_2 < 0 \rightarrow \text{nicht im Definitionsbereich}$$

4. **Nachweis, dass es ein Hochpunkt ist ($G''(x) < 0$), d.h. in G'' einsetzen
y- Koordinate der Gewinnfunktion bestimmt**

$$G''(8,33) = -1,2 \cdot 8,33 - 4 < 0 \rightarrow \text{HP} (8,33 | 270,37)$$

$$G(8,33) = 270,37$$

(Überprüfen mit dem TR) Nullstellen mit TR: 2nd polysolve /

Bei einer Menge von 8,33 erziele ich den höchsten Gewinn. Er beträgt 270 GE.

 Berufskolleg Opladen	Fach: Klasse:		Datum:
---	------------------	--	--------

- f) Cournotscher Punkt CP (gewinnmaximaler Preis) / Welchen Preis sollte der Anbieter verlangen?
 $p(8,33) = -6 + 8,33 + 100 = 50$.

Der Anbieter sollte einen Preis von 50 GE verlangen um den max. Gewinn zu erzielen.

- g) **Gewinnzone** mit **Gewinnschwelle** GS und **Gewinnngrenze** GG / Break-Even Punkte BEP_1 und BEP_2

$$G(x) = 0$$

$$-0,2 x^3 - 2 x^2 + 75 x - 100 = 0$$

TR: 2nd polysolve a= -0,2 b= -2 c= 75 d =-100

$x_1 = -25$ (nicht im DefBereich) ; $x_2 = 14,09$ (Gewinnngrenze) $x_3 = 1,39$ (Gewinnschwelle)

A: Im Mengenbereich von 1,39 bis 14,09 wird Gewinn erwirtschaftet.

- h) Variable Kosten $K_v(x)$ und fixe Kosten K_f
- i) Variable Stückkosten $k_v(x)$, fixe Stückkosten k_f , Stückkosten $k(x)$
- j) Betriebsminimum BM und Kurzfristige Preisuntergrenze KPU
- k) Betriebsoptimum BO und Langfristige Preisuntergrenze LPU

- 1) Erklären Sie im Kontext von k_f (vgl. 1i) die Fixkostendegression.