Berufskolleg Opladen	Fach: Klasse:		Datum:

Klausurvorbereitung Analysis

Gegeben ist der Höchstpreis (HP) in Höhe von $100GE$, die Sättigungsmenge in Höhe von $16\frac{2}{3}$ ME sowie die Kostenfunktion $\underline{\mathbf{K(x) = \frac{1}{5}x^3 - 4x^2 + 25x + 100}}$Berechnen Sie folgende ökonomischen Punkte bzw. Funktionen:

a) Nachfragefunktion $p_N(x)$
b) Erlösfunktion E(x)
c) Erlösmaximum E_{Max}
d) Break-Even Punkte BEP_1 und BEP_2
e) Gewinnmaximum G_{Max}
f) Gewinnzone mit Gewinnschwelle GS und Gewinngrenze GG
g) Cournotscher Punkt CP (gewinnmaximaler Preis)
h) Variable Kosten $K_v(x)$ und fixe Kosten K_f
i) Variable Stückkosten $k_v(x)$, fixe Stückkosten $k_{f,}$
j) Stückosten k(x)
k) Grenzkosten K'(x)
l) Betriebsminimum BM und Kurzfristige Preisuntergrenze KPU
m) Betriebsoptimum BO und Langfristige Preisuntergrenze LPU

1) Stellen Sie anschließend die Funktionen und Punkte von a) bis g) graphisch dar.

2) Unterscheiden Sie zwischen Erlösfunktion im Monopol und Polypol (vgl. 1b).

3) Berechnen Sie das Erlösmaximum (vgl. 1c) auf einem alternativen Weg.

4) Erklären Sie im Kontext von k_f (vgl. 1i) die Fixkostendegression.

5) Erläutern Sie den Begriff Grenzkosten (vgl. 1k).

6) Grenzen Sie Betriebsminimum und Betriebsoptimum voneinander ab (vgl. 1l und 1m).

7) Es seien $p_N(x)$ S. 126 linear

8) Quadratisch S. 142

9) Ganzrationale Funktionen 3. Grades → G_{max} S. 168

Lösung – Unterricht am 27.4.2021

Gegeben ist der Höchstpreis (HP) in Höhe von $100GE$, die Sättigungsmenge in Höhe von $16\frac{2}{3}$ ME sowie die Kostenfunktion $\underline{\mathbf{K}(x) = \frac{1}{5}x^3 - 4x^2 + 25x + 100}$ **=**

a) Nachfragefunktion / Preisabsatzfunktion $p_N(x)$: Es seien $p_N(x)$ linear = m*x +b

Höchstpreis (HP) in Höhe von $100GE$: P (0 I 100)
Sättigungsmenge in Höhe von $16\frac{2}{3}$ ME P(16,67 I 0)

P(0 I 100): p(0) = m*0 + b = 100 **b= 100**

P(16,67 I 0) p(16,67) = m*16,67 + 100 = 0 I -100 I: 16,67

m = -100/16,67 = - 6 **<u>p(x) = -6*x + 100</u>**

b) Umsatz / Erlösfunktion ***E(x)*** = p(x) *x = (-6*x + 100) * x **<u>= -6*x² + 100*x</u>** (Preis * Menge)

c) Erlösmaximum E_{Max} -> Die Erlösfunktion schneidet die x-Achse immer bei 0 und der Sättigungsmenge-> x_{emax} =Sättigungsmenge / 2 = 16,67 /2 = 8,34 (Menge bei der der höchste Erlös erzielt wird.

d) $E(8{,}34) = -6 \cdot 8{,}34^2 + 100 \cdot 8{,}34 = 416{,}67$ -> Emax (8,34 I 416,67)
Bei einer Menge von 8,34ME erzielt man den höchsten Erlös, dieser beträgt 416,67 GE.

e) Gewinnmaximum G_{Max}

1. Gewinnfunktion muss berechnet werden
G(x) = E(x) – K(x) = $-6x^2 + 100x - (0{,}2\,x^3 - 4x^2 + 25x + 100)$ **<u>= -0,2 x³ – 2 x² + 75 x -100</u>**
2. Gewinnfunktion 2mal ableiten

➔ -> Steigung = 0 I
➔ 1. Ableitung $G'(x) = -0{,}6 \cdot x^2 - 4x + 75$
➔ 2. Ableitung $G''(x) = -1{,}2\,x - 4$

Hochpunkt: Bedingungen: G'(x) = 0 und G''(x) < 0;

3. 1. Ableitung 0 gesetzt G'(x) = 0 (pq-Formel)

$-0{,}6 x^2 - 4x + 75 = 0$ I : -0,6
$x^2 + 6{,}67\,x - 125 = 0$

x1/2 = - (6,67/2) +/- Wurzel aus: $(6{,}67/2)^2 - (-125)$

x1= 25/3 = 8,33 x2<0 -> nicht im Definitionsbereich

4. Nachweis, dass es ein Hochpunkt ist (G''(x) <0), d.h. in G'' einsetzen
y- Koordinate der Gewinnfunktion bestimmt

G''(8,33) = -1,2*8,33 - 4 < 0 -> HP (8,33 I 270,37)

G(8,33) = 270,37

(Überprüfen mit dem TR) Nullstellen mit TR: 2nd polysolve /

Bei einer Menge von 8,33 erziele ich den höchsten Gewinn. Er beträgt 270 GE.

f) Cournotscher Punkt CP (gewinnmaximaler Preis) / Welchen Preis sollte der Anbieter verlangen?
p(8,33) = -6 +8,33 +100 = 50.

Der Anbieter sollte einen Preis von 50 GE verlangen um den max. Gewinn zu erzielen.

g) **Gewinnzone** mit **Gewinnschwelle** GS und **Gewinngrenze** GG / Break-Even Punkte BEP_1 und BEP_2

G(x) =0

$-0{,}2\,x^3 - 2\,x^2 + 75\,x - 100 = 0$

TR: 2nd polysolve a= -0,2 b= -2 c= 75 d =-100
x1 = -25 (nicht im DefBereich) ; x2 = 14,09 (Gewinngrenze) x3 = 1,39 (Gewinnschwelle)

A: Im Mengenbereich von 1,39 bis 14,09 wird Gewinn erwirtschaftet.

Lösung – Unterricht am 29.4.2021

Kostenfunktion $\underline{\mathbf{K}(x) = \frac{1}{5}x^3 - 4x^2 + 25x + 100}$

h) Variable Kosten $K_v(x)$ und fixe Kosten K_f

$$\underline{\mathbf{K}(x) = \frac{1}{5}x^3 - 4x^2 + 25x + 100}$$

i) Stückkosten
   a. Variable Stückkosten $k_v(x)$ = Kv / x = 1/5 * x^2 - 4x +25
   b. (fixe Stückkosten k_f (Fixkostendegression)) k_{fix} = Kfix / x = 100 / x = $100x^{-1}$
   c. Stückosten k(x) = K(x) / x = $k_v(x)$ + k_{fix} = 1/5 * x^2 - 4x +25 + $100x^{-1}$

j) Betriebsminimum BM und Kurzfristige Preisuntergrenze KPU

BM (x I y) : Tiefpunkt der variablen Stückkosten; Bei dieser Menge sind die variablen Stückkosten am geringsten; -> Preis, den ich erzielen muss, um meine variablen Stückkosten zu decken; kurzfr. PUG (kurzfristig sind die Fixkosten nicht entscheidungsrelevant-> Folglich werden kurzfristig nur variable Kosten berücksichtigt.

$k_v(x)$ = 1/5 * x^2 - 4x +25.   1/5=0,2
Bedingung für einen TP: $k'_v(x) = 0$ und $k''_v(x) > 0$

$k'_v(x)$ = 0,4x -4 ; 0,4x -4 = 0 I +4 : 0,4
x= 10

$k''_v(x)$ = 0,4 $k''_v(10)$ = 0,4 >0 -> TP (10 I 5)

$k_v(10)$ = 1/5 * 10^2 – 4*10 +25 = 5

Bei einer Menge von 10 sind meine var. Stückkosten am geringsten, sie betragen 5 GE. Somit ist meine kurzfr. Preisuntergrenze bei 5 GE.

k) Betriebsoptimum BO und Langfristige Preisuntergrenze LPU

BO (x I y) : Tiefpunkt der Stückkosten; Bei dieser Menge sind die Stückkosten am geringsten; -> Preis, den ich erzielen muss, um meine Stückkosten zu decken; langfr. PUG (langfristig sind die Fixkosten entscheidungsrelevant, da alle Kosten gedeckt werden müssen.)

k(x) = 0,2 * x^2 - 4x +25 + $100x^{-1}$

Bedingung für einen TP: $k'(x) = 0$ und $k''(x) > 0$

k'(x) = 0,4 x - 4 – $100x^{-2}$

k''(x) = 0,4 + $200x^{-3}$

0,4 x - 4 – $100x^{-2}$ = 0   Ix^2 $100x^{-2}$ = 100* 1/x^2

0,4 x^3 – 4*x^2 + 0*x-100 = 0

TR: 2nd polysolve 2fkt a= 0,4, b=-4, c =0   d=-100

$x1 = 11{,}8$; $x2/3$= nicht im Definitionsbereich;

$k''(11{,}8) = 0{,}4 + 200 \cdot 11{,}8^{-3} > 0 \rightarrow TP(11{,}8 \mid 14{,}1)$

$k(11{,}8) = 0{,}2 \cdot 11{,}8^{2} - 4 \cdot 11{,}8 + 25 + 100 \cdot 11{,}8^{-1} = 14{,}1$

Bei einer Menge von 11,8 sind meine Stückkosten am geringsten, sie betragen 14,1 GE. Somit ist meine langfr. Preisuntergrenze bei 14,1 GE.

Vorklausur

$\underline{\mathbf{K(x) = \frac{1}{2}x^3 - 5x^2 + 20x + 50}}$

BM

kv(x) = Kv(x) / x = $\frac{1}{2}x^2 - 5x^1 + 20$

kv‘(x) = 1*x – 5

x – 5 = 0 x= 5

kv“(x) = 1 >0 -> TP(5 I7,5)

kv(5) = 7,5

Bei einer Menge von 5 sind meine var. Stückkosten am geringsten, sie betragen 7,5 GE. Somit ist meine kurzfr. Preisuntergrenze bei 7,5 GE.

BO:

k(x) = $\frac{1}{2}x^2 - 5x^1 + 20 + 50 * x^{-1}$

k‘(x) = x - 5 - 50 x^{-2}

x - 5 - 50 x^{-2} = 0. I * x^2

x^3 – 5x^2 -50 = 0

TR: a= 1; b= -5, c=0; d= -50

x1= 6,3 x2/3 nicht im Definitionsbereich

k“(x) = 1 + 100*x^{-3} > 0 für alle x >0;

k(6,3) = $\frac{1}{2}6,3^2 - 5 * 6,3 + 20 + \frac{50}{6,3}$ **= 16,28**

Bei einer Menge von 6,3 sind meine Stückkosten am geringsten, sie betragen 16,28 GE. Somit ist meine langfr. Preisuntergrenze bei 16,28 GE.