

Unterricht am 3.3.2021

Aufgabe 3

Gegeben sind folgende Punkte einer ganzrationalen Funktion dritten Grades:

$P_1(-4 | -204); P_2(-2 | -14); P_3(2 | 42); P_4(0 | 20)$

Lösung

$$f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$$

1. Rechenschritt: Gleichungen aufstellen durch Einsetzen der Punkte.

$$P_1(-4 | -204): f(-4) = -64a + 16b - 4c + d = -204$$

$$P_2(-2 | -14): f(-2) = -8a + 4b - 2c + d = -14$$

$$P_3(2 | 42): f(2) = 8a + 4b + 2c + d = 42$$

$$P_4(0 | 20): f(0) = 0 + 0 + 0 + d = 20. \rightarrow d=20$$

2. Rechenschritt: Einsetzen von d in die Funktionen und vereinfachen ...

$$-64a + 16b - 4c + 20 = -204 \quad | : -4$$

$$16a - 4b + c - 5 = 51 \quad | +5$$

$$16a - 4b + c = 56 \quad I$$

$$\text{TR: } 16 \quad -4 \quad 1 \quad | \quad 56$$

$$-8a + 4b - 2c + 20 = -14 \quad | : -2$$

$$4a - 2b + c - 10 = 7 \quad | +10$$

$$4a - 2b + c = 17 \quad II$$

$$\text{TR: } 4 \quad -2 \quad 1 \quad | \quad 17$$

$$8a + 4b + 2c + 20 = 42 \quad | -20$$

$$8a + 4b + 2c = 22 \quad | :2$$

$$4a + 2b + c = 11 \quad III$$

$$\text{TR: } 4 \quad 2 \quad 1 \quad | \quad 11$$

3. Gleichungen voneinander subtrahieren um nach und nach die Variablen zu eliminieren

III-I:

$$4a + 2b + c = 11$$

$$16a - 4b + c = 56$$

$$-12a + 6b = -45 \quad | :6$$

$$-2a + b = -7,5 \quad IV$$

I-II:

$$16a - 4b + c = 56$$

$$4a - 2b + c = 17$$

$$12a - 2b = 39 \quad | : -2$$

$$-6a + b = -19,5 \quad V$$

V-IV

$$-4a = -12 \quad | : -4$$

$$\underline{a = 3}$$

4. Variablen einsetzen

a in IV:

$$-2 \cdot 3 + b = -7,5 \quad | +6$$

$$b = -1,5$$

a, b, in I:

$$16 \cdot 3 - 4 \cdot (-1,5) + c = 56$$

$$48 + 6 + c = 56 \quad | -54$$

$$c = 2$$

$$f(x) = 3 \cdot x^3 - 1,5 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 20$$