



Analyse der Kostenfunktionen

Funktion der Gesamtkosten:

$$\begin{aligned}K(x) &= K_v(x) + K_{\text{fix}} \\K(x) &= 0,1x^3 - 7x^2 + 220x + 800 \\&\rightarrow \text{var. Kosten variieren mit der Menge}\end{aligned}$$

Daraus kann man folgende Funktionen ableiten:

1. Funktion der (gesamten) Stückkosten $k(x)$ => Kosten pro Stück

$$k(x) = K(x) / x$$

$$k(x) = 0,1x^2 - 7x + 220 + 800/x$$

2. Funktion der variable Stückkosten $k_v(x)$ => variable Kosten pro Stück)

$$k_{\text{var}}(x) = K_{\text{var}}(x) / x$$

$$k_{\text{var}}(x) = 0,1x^2 - 7x + 220$$

3. Funktion der Grenzkosten $K'(x)$ (entspricht der Steigung der Funktion)
=> Kostenzuwachs, wenn ein Stück mehr produziert wird

$$\begin{aligned}K(x) &= 0,1x^3 - 7x^2 + 220x + 800 \\K'(x) &= 0,3x^2 - 14x + 220\end{aligned}$$

Daraus kann man folgende Dinge berechnen:

1. Minimum der variablen Stückkosten (kurzfristige Preisuntergrenze)

Annahme: Die fixen Kosten entstehen kurzfristig auf jeden Fall. Daher muss ich kurzfristig mindestens die var. Stückkosten decken.

Menge bei der die var. Stückkosten am geringsten sind.

-> Tiefpunkt / Minimum var. Stückkostenfunktion

$$k_{\text{var}}(x) = 0,1x^2 - 7x + 220$$

$$k'_{\text{var}}(x) = 0,2x - 7 \text{ (Steigung der Funktion)}$$

$$k''_{\text{var}}(x) = 0,2 > 0 \rightarrow \text{Es existiert nur ein Tiefpunkt (Bedingung 2)}$$

$$k'_{\text{var}}(x) = 0 \text{ (Bedingung 1)}$$

$$0,2x - 7 = 0 \quad | : 0,2 + 7$$

$$x = 35$$

$$k_{\text{var}}(35) = 0,1 \cdot 35^2 - 7 \cdot 35 + 220 = 97,5$$

Bei einer Menge von 35 sind die variablen Stückkosten am geringsten. Sie betragen **97,5** Geldeinheiten. Dies ist meine kurzfristige Preisuntergrenze. (Betriebsminimum)

2. Minimum der Stückkosten (langfristige Preisuntergrenze / Betriebsoptimum)

Annahme: Langfristig muss ich alle Stückkosten decken, sonst mache ich Verlust (... und gehe pleite)

$$k(x) = 0,1x^2 - 7x + 220 + 800 \cdot 1/x = 0,1x^2 - 7x + 220 + 800 \cdot x^{-1}$$

$$1/x = x^{-1} \quad 1/x^2 = x^{-2}$$

$$200 = 200 \cdot x^0 \rightarrow \text{ableiten} \dots 0 \cdot 200 \cdot x^{-1} = 0 \quad (1 = x^0)$$



$$k'(x) = 0,2x - 7 - 800 \cdot x^{-2}$$

$$k''(x) = 0,2 + 1600 \cdot x^{-3}$$

$$k'(x) = 0 \text{ (Bedingung 1)}$$

$$0,2x - 7 - 800 \cdot x^{-2} = 0 \quad | \cdot x^2$$

$$800 \cdot x^{-2} = 800 \cdot 1/x^2 \quad \rightarrow \quad 1/x^2 \cdot x^2 = x^2 \cdot 1/x^2 = x^2/x^2 = 1$$

$$0,2 \cdot x^3 - 7 \cdot x^2 - 800 = 0$$

TR: 2nd polysolve: a= 0,2 ; b=-7; c = 0; d=-800

$x_1 = 37,8$ und $x_2 = -1,4 < 0$ -> nicht definiert.

$$k''(x) > 0 \text{ (Bedingung 2)}$$

$$k''(37,8) = 0,2 + 1600 \cdot 37,8^{-3} > 0 \rightarrow \text{TP}$$

$$k(37,8) = 0,1 \cdot 37,8^2 - 7 \cdot 37,8 + 220 + 800 \cdot 1/37,8 = 119,45$$

Bei einer Menge von 37,8 sind die (gesamten) Stückkosten am geringsten. Sie betragen **119,45** Geldeinheiten. Dies ist meine langfristige Preisuntergrenze. (Betriebsoptimum)

3. Menge, ab der die Kosten überproportional steigen

→ Wendepunkt der Kostenfunktion

$$\text{Grenzkostenfunktion: } K'(x) = 0,3 x^2 - 14 x + 220$$

Hier fehlt noch was



Analyse der Kostenfunktionen

Funktion der Gesamtkosten:

$$\begin{aligned}K(x) &= K_v(x) + K_{\text{fix}} \\K(x) &= x^3 - 12x^2 + 50x + 100 \\&\rightarrow \text{var. Kosten variieren mit der Menge } x\end{aligned}$$

Daraus kann man folgende Funktionen ableiten:

4. Funktion der (gesamten) Stückkosten $k(x)$ => Kosten pro Stück

$$\begin{aligned}k(x) &= K(x) / x \\k(x) &= x^2 - 12x + 50 + 100/x\end{aligned}$$

5. Funktion der variable Stückkosten $k_v(x)$ => variable Kosten pro Stück)

$$\begin{aligned}k_{\text{var}}(x) &= K_{\text{var}}(x) / x \\k_{\text{var}}(x) &= x^2 - 12x + 50\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(x \cdot x \cdot x / x &= x \cdot x = x^2; \\-12 \cdot x \cdot x / x &= -12x\end{aligned}$$

6. Funktion der Grenzkosten $K'(x)$ (entspricht der Steigung der Funktion)
=> Kostenzuwachs, wenn ein Stück mehr produziert wird

$$\begin{aligned}K(x) &= x^3 - 12x^2 + 50x + 100 \\K'(x) &= 3x^2 - 24x + 50\end{aligned}$$

Daraus kann man folgende Dinge berechnen:

→ Frage: Welchen Preis muss der Anbieter kurzfristig mindestens erzielen?

4. Minimum der variablen Stückkosten (kurzfristige Preisuntergrenze)

Annahme: Die fixen Kosten entstehen kurzfristig auf jeden Fall. Daher muss ich kurzfristig mindestens die var. Stückkosten decken.

Menge bei der die var. Stückkosten am geringsten sind.

-> Tiefpunkt / Minimum var. Stückkostenfunktion

$$k_{\text{var}}(x) = x^2 - 12x + 50$$

$$k'_{\text{var}}(x) = 2x - 12 \quad (\text{Steigung der Funktion})$$

$$k''_{\text{var}}(x) = 2 > 0 \rightarrow \text{Es existiert nur ein Tiefpunkt (Bedingung 2)}$$

$$k'_{\text{var}}(x) = 0 \quad (\text{Bedingung 1})$$

$$2x - 12 = 0 \quad | : 2 + 12$$

$$x = 6 \quad \text{TP}(6)$$

$$k_{\text{var}}(6) = 6^2 - 12 \cdot 6 + 50 = 14$$

Bei einer Menge von 6 sind die variablen Stückkosten am geringsten. Sie betragen 14 Geldeinheiten. Dies ist meine kurzfristige Preisuntergrenze. (Betriebsminimum).



5. Minimum der Stückkosten (langfristige Preisuntergrenze / Betriebsoptimum)

Annahme: Langfristig muss ich alle Stückkosten decken, sonst mache ich Verlust (... und gehe pleite)

$$k(x) = x^2 - 12x + 50 + 100/x \quad (100/x = 100 \cdot x^{-1})$$

$$k'(x) = 2x - 12 - 100 \cdot x^{-2}$$

$$k''(x) = 2 + 200 \cdot x^{-3}$$

$$k'(x) = 0 \text{ (Bedingung 1)}$$

$$2x - 12 - 100 \cdot x^{-2} = 0 \quad | \cdot x^2$$

$$2x^3 - 12x^2 - 100 = 0$$

TR: 2nd polysolve: a=2 ; b=-12 ; c =0 ; d=-100

$x_1 = 7,02$ und $x_2 = -0,51$ nicht definiert

$$k''(x) > 0 \text{ (Bedingung 2)}$$

$$k''(7) = 2 + 200 \cdot 7^{-3} > 0 \rightarrow \text{Tiefpunkt bei 7}$$

$$k(7) = 7^2 - 12 \cdot 7 + 50 + 100/7 = 29,29$$

Bei einer Menge von 7 sind die (gesamten) Stückkosten am geringsten. Sie betragen **29,29** Geldeinheiten. Dies ist meine langfristige Preisuntergrenze. (Betriebsoptimum)

6. Menge, ab der die Kosten überproportional steigen

→ Wendepunkt der Kostenfunktion

Grenzkostenfunktion:

$$K(x) = x^3 - 12x^2 + 50x + 100$$

$$K'(x) = 3x^2 - 24x + 50$$

$$K''(x) = 6x - 24$$

$$K'''(x) = 6$$

$$1. \text{ Bedingung } K''(x) = 0$$

$$6x - 24 = 0 \quad | +24 /6$$

$$x = 4$$

$$2. \text{ Bedingung } K'''(x) \text{ ungleich } 0$$

$$K'''(4) = 6 \text{ ungleich } 0$$

$$K(4) = 4^3 - 12 \cdot 4^2 + 50 \cdot 4 + 100 = 172$$

Ab einer Menge von 4 steigen meine Kosten überproportional.



Analyse der Kostenfunktionen

Funktion der Gesamtkosten:

$$K(x) = K_v(x) + K_{fix}$$
$$K(x) = x^3 - 15x^2 + 100x + 500$$

->var. Kosten variieren mit der Menge x

Daraus kann man folgende Funktionen ableiten:

7. Funktion der (gesamten) Stückkosten $k(x)$ => Kosten pro Stück

$$k(x) = \frac{K(x)}{x}$$
$$k(x) = x^2 - 15x + 100 + 500/x$$

8. Funktion der variable Stückkosten $k_v(x)$ => variable Kosten pro Stück

$$k_{var}(x) = \frac{K_{var}(x)}{x}$$
$$k_{var}(x) = x^2 - 15x + 100$$

9. Funktion der Grenzkosten $K'(x)$ (entspricht der Steigung der Funktion)
=> Kostenzuwachs, wenn ein Stück mehr produziert wird

$$K(x) = x^3 - 15x^2 + 100x + 500$$

$$K'(x) = 3x^2 - 30x + 100$$

$$K''(x) = 6x - 30$$

$$K'''(x) = 6$$

Daraus kann man folgende Dinge berechnen:

→ Frage: Welchen Preis muss der Anbieter kurzfristig mindestens erzielen?

Minimum der variablen Stückkosten (kurzfristige Preisuntergrenze)

$$k_{var}(x) = x^2 - 15x + 100$$

$$k'_{var}(x) = 2x - 15 \quad (\text{Steigung der Funktion})$$

$$k''_{var}(x) = 2 > 0 \rightarrow \text{Es existiert nur ein Tiefpunkt (Bedingung 2)}$$

$$k'_{var}(x) = 0 \quad (\text{Bedingung 1})$$

$$2x - 15 = 0 \quad | : 2 + 15$$

$$x = 7,5 \text{ TP bei } 7,5 \text{ ME}$$

$$k_{var}(7,5) = 7,5^2 - 15 \cdot 7,5 + 100 = 43,75$$

Bei einer Menge von 7,5 sind die variablen Stückkosten am geringsten. Sie betragen **43,75** Geldeinheiten. Dies ist meine kurzfristige Preisuntergrenze. (Betriebsminimum).

7. Minimum der Stückkosten (langfristige Preisuntergrenze / Betriebsoptimum)

Annahme: Langfristig muss ich alle Stückkosten decken, sonst mache ich Verlust (... und gehe pleite)

$$k(x) = x^2 - 15x + 100 + 500/x$$

$$k'(x) = 2x - 15 - 500 \cdot x^{-2}$$

$$k''(x) = 2 + 1000 \cdot x^{-3}$$

$$k'(x) = 0 \quad (\text{Bedingung 1})$$

$$2x - 15 - 500 \cdot x^{-2} = 0 \quad | \cdot x^2$$



hier ginge es weiter

$$2x^3 - 12x^2 - 100 = 0$$

TR: 2nd polysolve: a=2 ; b=-12 ; c =0 ; d=-100

$x_1 = 7,02$ und $x_2 = -0,51$ nicht definiert

$k''(x) > 0$ (Bedingung 2)

$k''(7) = 2 + 200 * 7^{-3} > 0 \rightarrow$ Tiefpunkt bei 7

$k(7) = 7^2 - 12*7 + 50 + 100/7 = 29,29$

Bei einer Menge von 7 sind die (gesamten) Stückkosten am geringsten. Sie betragen 29,29 Geldeinheiten. Dies ist meine langfristige Preisuntergrenze. (Betriebsoptimum)

8. Menge, ab der die Kosten überproportional steigen

→ Wendepunkt der Kostenfunktion

Grenzkostenfunktion:

$$K(x) = x^3 - 12x^2 + 50x + 100$$

$$K'(x) = 3x^2 - 24x + 50$$

$$K''(x) = 6x - 24$$

$$K'''(x) = 6$$

1. Bedingung $K''(x) = 0$

$$6x - 24 = 0 \quad | +24 /6$$

$$x = 4$$

2. Bedingung $K'''(x) \text{ ungleich } 0$

$$K'''(4) = 6 \text{ ungleich } 0$$

$$K(4) = 4^3 - 12 * 4^2 + 50 * 4 + 100 = 172$$

Ab einer Menge von 4 steigen meine Kosten überproportional.