Analyse der Kostenfunktionen

Funktion der Gesamtkosten:

$$K(x) = Kv(x) + Kfix$$
$$K(x) = 0{,}1x^3 - 7x^2 + 220x + 800$$
->var. Kosten variieren mit der Menge

Daraus kann man folgende Funktionen bestimmen:

1. **Funktion der (gesamten) Stückkosten k(x)** => Kosten pro Stück

$$k(x) = K(x) / x$$

$$k(x) = 0{,}1x^2 - 7x + 220 + 800/x$$

2. **Funktion der variable Stückkosten $k_v(x)$** =>variable Kosten pro Stück)

$$k_{var}(x) = K_{var}(x) / x$$

$$k_{var}(x) = 0{,}1x^2 - 7x + 220$$

3. **Funktion der Grenzkosten K'(x) (entspricht der Steigung der Funktion)**
=>Kostenzuwachs, wenn ein Stück mehr produziert wird

$K(x) = 0{,}1x^3 - 7x^2 + 220x + 800$
$K'(x) = 0{,}3x^2 – 14x + 220$

Daraus kann man folgende Dinge berechnen:

1. Minimum der variablen Stückkosten (kurzfristige Preisuntergrenze)

Annahme: Die fixen Kosten entstehen kurzfristig auf jeden Fall. Daher muss ich kurzfristig mindestens die var. Stückkosten decken.

Menge bei der die var. Stückkosten am geringsten sind.
-> Tiefpunkt / Minimum var. Stückkostenfunktion
$k_{var}(x) = 0{,}1x^2 - 7x + 220$
$k'_{var}(x) = 0{,}2x – 7$ (Steigung der Funktion)
$k''_{var}(x) = 0{,}2 > 0$ -> Es existiert nur ein Tiefpunkt (Bedingung 2)
$k'_{var}(x) = 0$ (Bedingung 1)
$0{,}2x – 7 = 0 \quad | : 0{,}2 + 7$
$x=35$
$k_{var}(35) = 0{,}1 \cdot 35^2 – 7 \cdot 35 + 220 = 97{,}5$

Bei einer Menge von 35 sind die variablen Stückkosten am geringsten. Sie betragen **97,5** Geldeinheiten. Dies ist meine kurzfristige Preisuntergrenze. (Betriebsminimum)

2. Minimum der Stückkosten (langfristige Preisuntergrenze / Betriebsoptimum)

Annahme: Langfristig muss ich alle Stückkosten decken, sonst mache ich Verlust (… und gehe pleite)

$k(x) = 0{,}1x^2 - 7x + 220 + 800 \cdot 1/x = 0{,}1x^2 - 7x + 220 + 800 \cdot x^{-1}$

$1/x = x^{-1}$ $1/x^2 = x^{-2}$

$200 = 200 \cdot x^0$ - > ableiten …. $0 \cdot 200 \cdot x^{-1} = 0$ ($1 = x^0$)

$k'(x) = 0{,}2x - 7 - 800 \cdot x^{-2}$

$k''(x) = 0{,}2 + 1600 \cdot x^{-3}$

$k'(x) = 0$ (Bedingung 1)

$0{,}2x - 7 - 800 \cdot x^{-2} = 0$ I $\cdot x^2$

$800 \cdot x^{-2} = 800 \cdot 1/x^2$ -> $1/x^2 \cdot x^2 = x^2 \cdot 1/x^2 = x^2/x^2 = 1$

$0{,}2 \cdot x^3 - 7 \cdot x^2 - 800 = 0$

TR: 2nd polysolve: a= 0,2 ; b=-7; c = 0; d=-800

$X_1 = 37{,}8$ und $x_2 = -1{,}4 < 0$ -> nicht definiert.

$k''(x) > 0$ (Bedingung 2)

$k''(37{,}8) = 0{,}2 + 1600 \cdot 37{,}8^{-3} > 0$ -> **TP**

$k(37{,}8) = 0{,}1 \cdot 37{,}8^2 - 7 \cdot 37{,}8 + 220 + 800 \cdot 1/37{,}8 = 119{,}45$

Bei einer Menge von 37,8 sind die (gesamten) Stückkosten am geringsten. Sie betragen **119,45** Geldeinheiten. Dies ist meine langfristige Preisuntergrenze. (Betriebsoptimum)

3. Menge, ab der die Kosten überproportional steigen … Grenzkostenminimum

➔ Wendepunkt der Kostenfunktion
Grenzkostenfunktion: $K'(x) = 0{,}3x^2 - 14x + 220$

3.1. Ableiten

$K''(x) = 0{,}6x - 14$

$K'''(x) = 0{,}6 > 0$ => Tiefpunkt (geringster Kostenzuwachs; Tiefpunkt der Grenzkosten)

3.2: Nullsetzen: $K''(x) = 0$

$0{,}6x - 14 = 0$

$x = 23{,}33$

3.3 in K‘ einsetzen: $K'(23{,}33) = 56{,}67$

➔ Bei einer Menge von 23,33 ist der Kostenzuwachs (pro Einheit mehr) am geringsten. Er beträgt 56,67

Weitere Aufgaben

1. $K(x) = 3x^3 - 20x^2 + 74x + 204$
2. $K(x) = 0{,}05x^3 - 1{,}2x^2 + 10x + 156$
3. **$K(x) = x^3 - 12x^2 + 50x + 100$**
4. $K(x) = x^3 - 12x^2 + 60x + 98$
5. $K(x) = 0{,}25x^3 - 0{,}5x^2 + 2x + 9$

Analyse der Kostenfunktionen

Funktion der Gesamtkosten:

$K(x) = Kv(x) + Kfix$
$K(x) = x^3 – 12 x^2 + 50 x + 100$
->var. Kosten variieren mit der Menge x

Daraus kann man folgende Funktionen ableiten:

1. **Funktion der (gesamten) Stückkosten k(x)** => Kosten pro Stück

$k(x)= K(x) / x$
$k(x)= x^2 -12 x + 50 + 100/x$

2. **Funktion der variable Stückkosten $k_v(x)$** =>variable Kosten pro Stück)

$k_{var}(x)= K_{var}(x) / x$
$k_{var}(x) = x^2 -12 x + 50$

(X *X* X / X = x*x =x^2;
-12* x* x / x = -12x

3. **Funktion der Grenzkosten K'(x) (entspricht der Steigung der Funktion)**
=>Kostenzuwachs, wenn ein Stück mehr produziert wird

$K(x) = x^3 – 12 x^2 + 50 x + 100$
$K'(x) = 3 x^2– 24 x + 50$

Daraus kann man folgende Dinge berechnen:

➔ *Frage: Welchen Preis muss der Anbieter kurzfristig mindestens erzielen?*

1. Minimum der variablen Stückkosten (kurzfristige Preisuntergrenze)

Annahme: Die fixen Kosten entstehen kurzfristig auf jeden Fall. Daher muss ich kurzfristig mindestens die var. Stückkosten decken.

Menge bei der die var. Stückkosten am geringsten sind.
-> Tiefpunkt / Minimum var. Stückkostenfunktion

$k_{var}(x) = x^2 -12 x + 50$
$k'_{var}(x) = 2x -12$ (Steigung der Funktion)
$k''_{var}(x) = 2$ >0 -> Es existiert nur ein Tiefpunkt (Bedingung 2)
$k'_{var}(x) = 0$ (Bedingung 1)
$2 x -12 = 0$ I : 2 +12
x=6 TP(6
$k_{var}(6) = 6^2 -12*6 + 50 = 14$

Bei einer Menge von 6 sind die variablen Stückkosten am geringsten. Sie betragen 14 Geldeinheiten. Dies ist meine kurzfristige Preisuntergrenze. (Betriebsminimum).

2. Minimum der Stückkosten (langfristige Preisuntergrenze / Betriebsoptimum)

Annahme: Langfristig muss ich alle Stückkosten decken, sonst mache ich Verlust (… und gehe pleite)

$k(x) = x^2 -12x + 50 + 100/x$ $(100/x = 100 * x^{-1})$

$k'(x) = 2x -12 -100 * x^{-2}$

$k''(x) = 2 + 200 * x^{-3}$

$k'(x) = 0$ (Bedingung 1)

$2x -12 -100 * x^{-2} = 0 \quad | *x^2$

$2x^3 -12x^2 - 100 = 0$

TR: 2nd polysolve: a=2 ; b=-12 ; c =0 ; d=-100

$x_1 = 7{,}02$ und $x_2 = -0{,}51$ nicht definiert

$k''(x) > 0$ (Bedingung 2)

$k''(7) = 2 + 200 * 7^{-3} > 0$ -> Tiefpunkt bei 7

$k(7) = 7^2 -12*7 + 50 + 100/7 = 29{,}29$

Bei einer Menge von 7 sind die (gesamten) Stückkosten am geringsten. Sie betragen 29,29 Geldeinheiten. Dies ist meine langfristige Preisuntergrenze. (Betriebsoptimum)

3. Menge, ab der die Kosten überproportional steigen

→ **Wendepunkt der Kostenfunktion**
Grenzkostenfunktion:

$K(x) = x^3 - 12x^2 + 50x + 100$

$K'(x) = 3x^2 - 24x + 50$

$K''(x) = 6x - 24$

$K'''(x) = 6$

1.Bedingung $K''(x) = 0$

$6x - 24 = 0 \quad | +24 \; /6$

$x = 4$

2. Bedingung $K'''(x)$ **ungleich 0**

$K'''(4) = 6$ **ungleich 0**

$K(4) = 4^3 - 12 * 4^2 + 50*4 + 100 = 172$

Ab einer Menge von 4 steigen meine Kosten überproportional.

Analyse der Kostenfunktionen

Funktion der Gesamtkosten:

$$K(x) = Kv(x) + Kfix$$
$$K(x) = x^3 - 15x^2 + 100\,x + 500$$

->var. Kosten variieren mit der Menge x

Daraus kann man folgende Funktionen ableiten:

1. **Funktion der (gesamten) Stückkosten k(x)** => Kosten pro Stück

$$k(x)= K(x) / x$$
$$k(x)= x^2 -15\,x + 100 + 500/x$$

2. **Funktion der variable Stückkosten $k_v(x)$** =>variable Kosten pro Stück)

$$k_{var}(x)= K_{var}(x) / x$$
$$k_{var}(x) = x^2 -15\,x + 100$$

3. **Funktion der Grenzkosten K'(x) (entspricht der Steigung der Funktion)**
   =>Kostenzuwachs, wenn ein Stück mehr produziert wird

$K(x) = x^3 - 15x^2 + 100\,x + 500$

$K'(x) = 3\,x^2 - 30\,x + 100$
$K''(x) = 6x - 30$
$K'''(x) = 6$

Daraus kann man folgende Dinge berechnen:

➔ *Frage: Welchen Preis muss der Anbieter kurzfristig mindestens erzielen?*

1. **Minimum der variablen Stückkosten (kurzfristige Preisuntergrenze)**

$k_{var}(x) = x^2 -15\,x + 100$

$k'_{var}(x) = 2x -15$ (Steigung der Funktion)
$k''_{var}(x) = 2 > 0$ -> Es existiert nur ein Tiefpunkt (Bedingung 2)
$k'_{var}(x) = 0$ (Bedingung 1)
$2\,x -15 = 0 \quad | : 2 +15$
$x=7{,}5$ TP bei 7,5 ME
$k_{var}(7{,}5) = 7{,}5^2 -15 \cdot 7{,}5 + 100 = 43{,}75$
Bei einer Menge von 7,5 sind die variablen Stückkosten am geringsten. Sie betragen 43,75 Geldeinheiten. Dies ist meine kurzfristige Preisuntergrenze. (Betriebsminimum).

2. **Minimum der Stückkosten (langfristige Preisuntergrenze / Betriebsoptimum)**
   Annahme: Langfristig muss ich alle Stückkosten decken, sonst mache ich Verlust (… und gehe pleite)

$k(x) = x^2 -15\,x + 100 + 500/x$
$k'(x) = 2x -15 - 500 \cdot x^{-2}$
$k''(x) = 2 + 1000 \cdot x^{-3}$

$k'(x) = 0$ (Bedingung 1)
$2x -15 - 500 \cdot x^{-2}= 0 \quad | \cdot x^2$

hier ginge es weiter ….

$2x^3 - 12x^2 – 100 = 0$

TR: 2nd polysolve: a=2 ; b=-12 ; c =0 ; d=-100
x_1 =7,02 und x_2= - 0,51 nicht definiert
k''(x) > 0 (Bedingung 2)
k''(7) = 2 + 200 * 7^{-3} > 0 -> Tiefpunkt bei 7
k (7) = 7^2 -12*7 + 50 + 100/7 = 29,29
Bei einer Menge von 7 sind die (gesamten) Stückkosten am geringsten. Sie betragen 29,29 Geldeinheiten. Dies ist meine langfristige Preisuntergrenze. (Betriebsoptimum)

3. Menge, ab der die Kosten überproportional steigen

➔ Wendepunkt der Kostenfunktion
Grenzkostenfunktion:
$K(x) = x^3 – 12 x^2 + 50 x + 100$
$K'(x) = 3 x^2 – 24 x + 50$
$K''(x) = 6x -24$
$K'''(x) = 6$

1.Bedingung **K''(x) = 0**
6x - 24 = 0 I +24 /6
x= 4
2. Bedingung **K'''(x) ungleich 0**
K'''(4) = 6 ungleich 0
$K(4) = 4^3 – 12 *4^2 + 50*4 + 100 = 172$
Ab einer Menge von 4 steigen meine Kosten überproportional.