



Zusammenfassung

Ökonomische Anwendung von Funktionen (hier: quadratische Funktionen im Monopol)

Aufgaben: Berechne alle vorgegebenen Punkte

Beispiel:

$$p(x) = -5x + 100; K(x) = 15x + 60;$$

$$\text{Erlösfunktion} \rightarrow E(x) = p(x) \cdot x = -5x^2 + 100x$$

$$\text{Gewinnfunktion} \rightarrow G(x) = E(x) - K(x) = -5x^2 + 100x - (15x + 60) = -5x^2 + 85x - 60$$

$$1. \quad p(x) = -5,5x + 120; K(x) = 22x + 220$$

$$2. \quad p(x) = -0,5x + 25; K(x) = 0,25x + 100$$

$$3. \quad p(x) = -50x + 1000; K(x) = 15x + 600$$

$$4. \quad p(x) = -15x + 120; K(x) = 8x + 120$$

Begriffe / Fragen	Ökonomische Bedeutung	Rechenweg	Beispiel
Ökonomischer. Definitionsbereich	Bereich in dem das x definiert ist. Mengen sind immer positiv. Monopol: Bei Mengen zwischen 0 und Sättigungsmenge.	Monopol $p(x) = 0$; x ausrechnen; Schreibweise: $x \in [0; \text{Sättigungsmenge}]$	$p(x) = 0$ $-5x + 100 = 0 \Leftrightarrow -5x = -100$ $x = 20 \rightarrow \text{Dök } [0; 20]$
Sättigungsmenge (Monopol)	Mehr als diese Menge kann nicht abgesetzt werden, egal wie hoch der Preis ist.	Schnittpunkt der Preisabsatzfunktion mit der x-Achse. $p(x) = 0$; x ausrechnen;	$p(x) = 0 \Leftrightarrow -5x + 100 = 0 \Leftrightarrow -x = 20$ $\rightarrow$ Bei einer Menge von 20 ist der Markt gesättigt.
Höchstpreis (Monopol)	Zu diesem Preis kann nichts mehr abgesetzt werden, d.h. Menge $x=0$.	Schnittpunkt von $p(x)$ mit der y-Achse, d.h. $p(0)$	$p(0) = -5 \cdot 0 + 100$ $\rightarrow$ der Höchstpreis beträgt 100 GE; ab diesen Preis kann nichts mehr abgesetzt (=verkauft) werden.
Erlösmaximum (Monopol)	hier ist die Erlösfunktion eine quadratische, nach unten geöffnete Funktion mit einem Hochpunkt.	$x_{\text{max}} = \text{Sättigungsmenge} / 2$; zur Bestimmung des Umsatzes x_{max} in $E(x)$ einsetzen.	$\text{SäMe} = 20$; $x_{\text{max}} = 20/2 = 10$ $E(10) = -5 \cdot 10^2 + 10 \cdot 100 = 500$ $E_{\text{max}} (10 500)$



Gewinnschwelle (GS)/ Gewinngrenze (GG)	... ab dieser Menge bzw. bis zu dieser Menge wird Gewinn gemacht ... bis zu dieser Menge wird Gewinn gemacht.	Nullstellen der Gewinnfunktion; d.h. $G(x) = 0$ Nullstellen bei quadr. Funktionen können mit der pq-Formel berechnet werden.	$G(x) = 0$ $-5x^2 + 85x - 60 = 0$ $: -5$ $x^2 - 17x + 12 = 0$ $x_1 = 8,5 + 7,8 = 16,3$ (Gewinngrenze) $x_2 = 8,5 - 7,8 = 0,8$ (Gewinnschwelle) Im Mengenbereich zwischen 0,8 und 16,3 wird Gewinn erwirtschaftet.
Gewinnmaximum	wesentliches Ziel in der BWL; höchste Punkt der Gewinnfunktion	Berechnung des Hochpunktes von $G(x)$; Da die gewinnfunktion eine nach unten geöffnete Parabel ist, ist dies der Scheitelpunkt	Umwandlung: $G(x) = -5x^2 + 85x - 60$ $= -5(x^2 - 17x) - 60$ $= -5(x^2 - 17x + 72,25 - 72,25) - 60$ $= -5(x^2 - 17x + 72,25) + 361,25 - 60$ $= -5(x^2 - 8,5) + 301,25$ SP (8,5 301,25) Bei einer Menge von 8,5 wird der höchste Gewinn erwirtschaftet. Er beträgt 301,25 GE.
Cournotscher Punkt (Monopol)	Punkt auf der Preisabsatzfunktion bei der der höchste Gewinn erzielt wird. → Diesen Preis sollte der Monopolist wählen.	Gewinnmaximale Menge $x_{\max}$ berechnen (Hochpunkt der Gewinnfunktion). Bestimmen des Preises: Einsetzen $x_{\max}$ in $p(x)$.	$p(8,5) = -5 \cdot 8,5 + 100 = 57,5$ Es sollte den Preis auf 57,5 GE festlegen. Damit erzielt er den höchsten Gewinn.

Zur Bestimmung von Nullstellen von quadratischen Funktionen:

PQ-Formel:

Allgemein

$$x^2 + p x + q = 0 \quad x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$