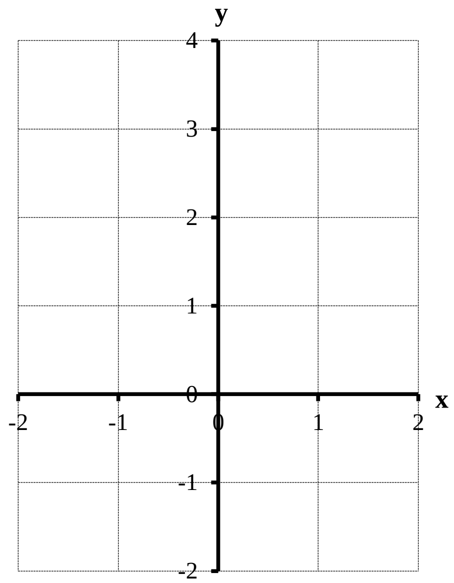
4.2. Aufgaben zu quadratischen Funktionen

Aufgabe 1: Stauchung und Streckung mit dem Formfaktor

a) Zeichne die Graphen der folgenden Funktionen in das Koordinatensystem.

b) Vervollständige die darunter stehende Regel zur Streckung und Stauchung von Parabeln.

x	$-\frac{1}{2}x^2$	$\frac{1}{2}x^2$	x^2	$2x^2$
-2				
-1				
$-\frac{1}{2}$				
0				
$\frac{1}{2}$				
1				
2				



Stauchung und Streckung

Ein **positiver Formfaktor** $\left\{\begin{matrix} a & 1 \\ a & 1 \end{matrix}\right\}$ bewirkt eine $\left\{\begin{matrix} \text{Streckung} \\ \text{Stauchung} \end{matrix}\right\}$ der **nach** _________ geöffneten Parabel.

Ein **negativer Formfaktor a** bewirkt eine Öffnung der Parabel **nach** _________.

Aufgabe 2: Streckung und Stauchung mit dem Formfaktor

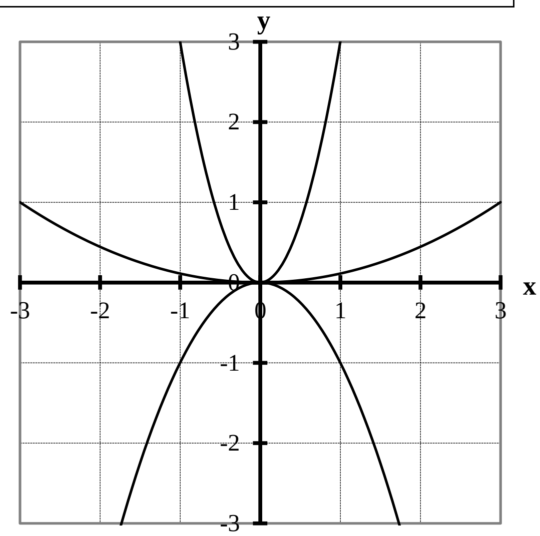
a) Bestimme die Gleichungen der rechts abgebildeten Parabeln:

$f_1(x) =$

$f_2(x) =$

$f_3(x) =$

b) Zeichne die folgenden Parabeln ebenfalls in das Koordinatensystem : $f_4(x) = \frac{1}{3}x^2$, $f_5(x) = -\frac{1}{4}x^2$ und $f_6(x) = -2x^2$.



Aufgabe 3: Verschiebung

a) Trage die y-Werte der Parabel $y = -\frac{1}{2}x^2$ in die 2. Spalte der Wertetabelle ein und zeichne die Parabel in das Koordinatensystem auf der nächsten Seite.

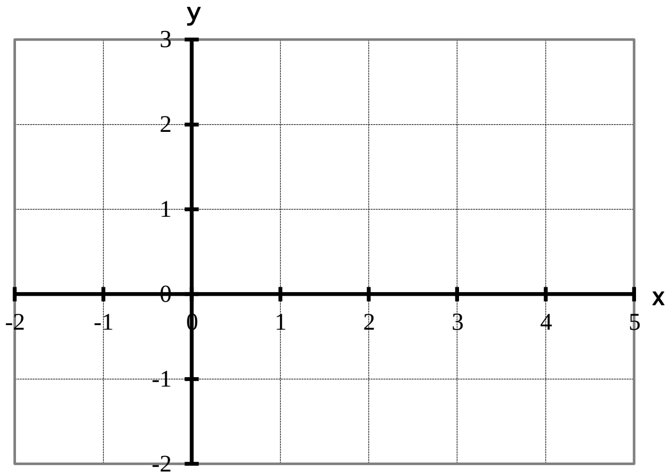
b) Verschiebe die Parabel um y_0 = **2** Einheiten nach **oben** und trage die passenden y-Werte in die 3. Spalte der Wertetabelle ein. Trage zum Schluss die Funktionsgleichung der in y-Richtung verschobenen Parabel ein.

c) Verschiebe die Parabel um x_0 = **3** Einheiten nach **rechts** und trage die passenden y-Werte in die 4. Spalte der Wertetabelle ein. Trage zum Schluss die Funktionsgleichung der in x-Richtung verschobenen Parabel ein.

d) Verschiebe die Parabel um x_0 = **3** Einheiten nach **rechts** sowie um y_0 = **2** Einheiten nach **oben** und trage die passenden y-Werte in die 5. Spalte der Wertetabelle ein. Formuliere die Funktionsgleichung der in x- und y-Richtung verschobenen Parabel.

e) Vervollständige die darunter stehende Regel zur Verschiebung von Graphen

x	$-\frac{1}{2}x^2$			
−2				
−1				
0				
1				
2				
3				
4				
5				



Verschiebung

Man verschiebt die Parabel $y = ax^2$ um **y_0 in y-Richtung**, indem man y durch ________ ersetzt.

Die Parabel bleibt stehen und das ____________________ wird um __ in **Gegenrichtung** verschoben.

Man verschiebt die Parabel $y = ax^2$ um **x_0 in x-Richtung**, indem man x durch ________ ersetzt.

Die Parabel bleibt stehen und das ____________________ wird um __ in **Gegenrichtung** verschoben.

Die verschobene Parabel hat dann die Gleichung _______ = ___________ bzw. y = _______________.

Aufgabe 4: Verschiebung in y-Richtung

a) Bestimme die Gleichungen der rechts abgebildeten Parabeln:

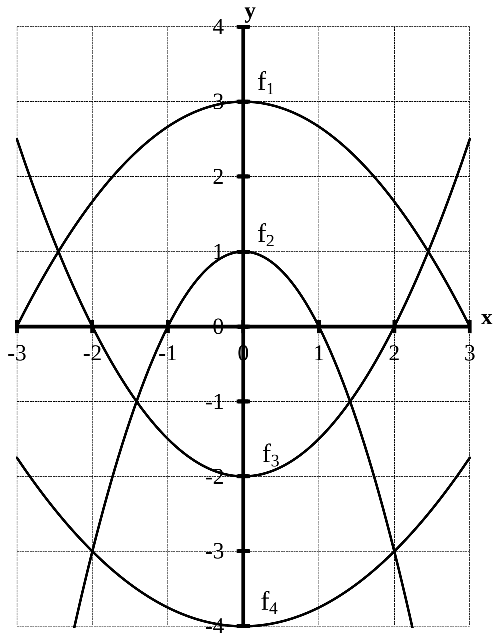
$f_1(x)$ = _____________ $f_2(x)$ = _____________

$f_3(x)$ = _____________ $f_4(x)$ = _____________

b) Zeichne die folgenden Parabeln ebenfalls in das Koordinatensystem:

$f_5(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 4$, $f_6(x) = x^2 - 1$

$f_7(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2$ $f_8(x) = \frac{1}{3}x^2 - 3$



Aufgabe 5: Verschiebung in x-Richtung

a) Bestimme die Gleichungen der rechts unten abgebildeten Parabeln:

$f_1(x)$ = _____________ $f_4(x)$ = _____________

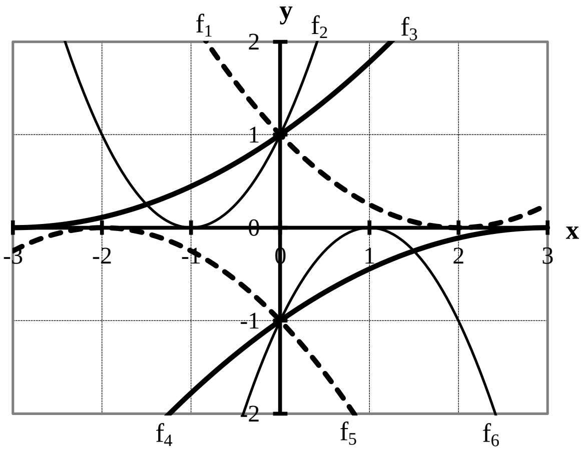
$f_2(x)$ = _____________ $f_5(x)$ = _____________

$f_3(x)$ =_____________ $f_6(x)$ = _____________

b) Zeichne ebenfalls in das Koordinatensystem:

$f_7(x) = \frac{1}{4}(x+2)^2$ $f_8(x) = (x-1)^2$ $f_9(x) = \frac{1}{9}(x-3)^2$

$f_{10}(x) = -\frac{1}{9}(x+3)^2$ $f_{11}(x) = -(x+1)^2$ $f_{12}(x) = -\frac{1}{4}(x-2)^2$.



Aufgabe 6: Scheitelpunktform
Bestimme die Gleichung der verschobenen Normalparabeln mit den folgenden Scheitelpunkten:

a) $S(3\|0)$	c) $S(0\|2)$	e) $S(4\|2)$	g) $S(-5\|-1)$
b) $S(-1\|0)$	d) $S(0\|-7)$	f) $S(-3\|2)$	h) $S(3\|-2)$

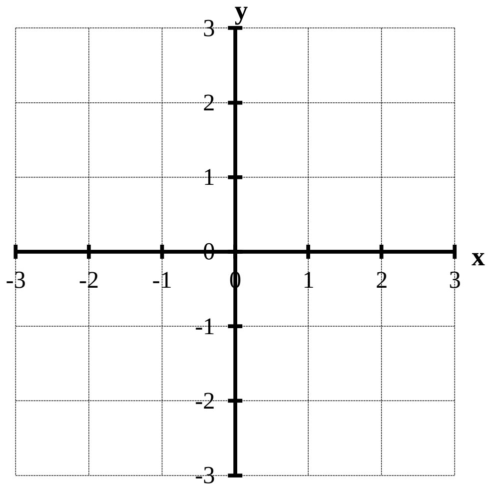
Aufgabe 7: Scheitelpunktform
Gib den Scheitelpunkt, die Streckung bzw. Stauchung in y-Richtung und die Öffnung der Parabel an.
Skizziere dann mit Hilfe dieser Angaben das Schaubild der Parabel ausgehend vom Scheitelpunkt.

$f_1(x) = -(x+2)^2 + 2$ $\quad$ $f_2(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 2$

$f_3(x) = (x+2)^2 - 2$ $\quad$ $f_4(x) = 2(x+2)^2 - 2$

$f_5(x) = (x-2)^2 - 2$ $\quad$ $f_6(x) = 2(x-2)^2 - 2$

$f_7(x) = -(x-2)^2 + 2$ $\quad$ $f_8(x) = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$



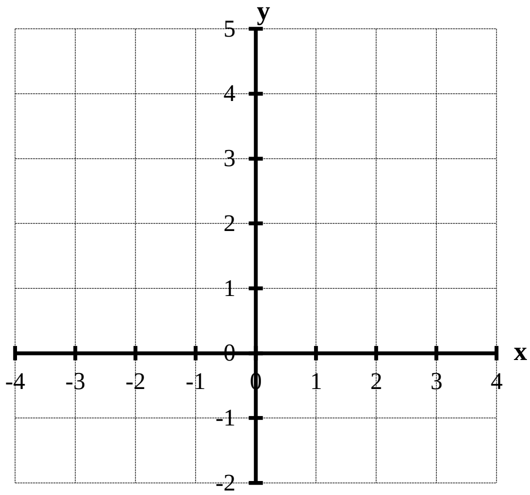
Aufgabe 8: Scheitelpunktform
Bestimme die Scheitelpunkte und zeichne die Parabeln in das Koordinatensystem rechts ein. Welche Parabel fehlt?

$f_1(x) = -2(x+3)^2 + 5$ $\quad$ $f_2(x) = -(x+2)^2 + 1$

$f_3(x) = -\frac{1}{2}(x+\frac{3}{2})^2 - \frac{1}{4}$ $\quad$ $f_4(x) = -\frac{1}{4}x^2 - 1$

$f_5(x) = -\frac{1}{2}(x-\frac{3}{2})^2 - \frac{1}{4}$ $\quad$ $f_6(x) = -(x-2)^2 + 1$

$f_7(x) = -2(x-3)^2 + 5$ $\quad$ $f_8(x) =$ __________



Aufgabe 9: Scheitelpunktform
Bestimme die Scheitelpunktform und den Scheitelpunkt der folgenden Parabeln.

a) $f(x) = x^2 + 4x + 4$	g) $f(x) = x^2 + 8x + 17$	m) $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - x - \frac{4}{3}$
b) $f(x) = x^2 + 4x + 3$	h) $f(x) = 2x^2 - 4x + 6$	n) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{7}{2}$
c) $f(x) = x^2 + 4x - 2$	i) $f(x) = -2x^2 - 4x + 2$	o) $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{15}{4}$
d) $f(x) = x^2 - 2x + 1$	j) $f(x) = -x^2 - 5x - 4$	p) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x - 5$
e) $f(x) = x^2 - 2x$	k) $f(x) = -x^2 - 4x - 4$	q) $f(x) = (2x - \frac{1}{2})^2 + 1$
f) $f(x) = x^2 + 6x + 8$	l) $f(x) = -x^2 - x - \frac{5}{4}$	r) $f(x) = x^2 + px$

Aufgabe 10: Achsenschnittpunkte
Untersuche die Parabeln aus Aufgabe 8 auf Achsenschnittpunkte.

Aufgabe 11: Achsenschnittpunkte
Untersuche die Parabeln aus Aufgabe 9 auf Achsenschnittpunkte.

Aufgabe 12: Satz von Vieta
Bestimme die Nullstellen der folgenden Funktionen durch Probieren. Berechne die Normalform $f(x) = x^2 + px + q$ durch Ausmultiplizieren. Wie lassen sich die Koeffizienten p und q aus den Nullstellen x_1 und x_2 berechnen?

a) $f(x) = (x + 1)\cdot(x + 2)$
b) $f(x) = (x + 2)\cdot(x + 3)$
c) $f(x) = (x + 2)\cdot(x + 4)$
d) $f(x) = (x + 3)\cdot(x + 4)$
e) $f(x) = (x + u)\cdot(x + 4)$ mit $u \in \mathbb{R}$
f) $f(x) = (x + u)\cdot(x + v)$ mit $u, v \in \mathbb{R}$

Aufgabe 13: Satz von Vieta
Bestimme die Nullstellen der folgenden Funktionen durch Probieren mit dem Satz von Vieta:

a) $f(x) = x^2 + 5x + 6$
b) $f(x) = x^2 + 6x + 5$
c) $f(x) = x^2 + 7x + 12$
d) $f(x) = x^2 - 5x + 6$
e) $f(x) = x^2 - 7x + 12$
f) $f(x) = x^2 + x - 12$
g) $f(x) = x^2 - x - 30$
h) $f(x) = x^2 + 4x - 5$
i) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 4x + \frac{7}{2}$
j) $f(x) = \frac{1}{3}x^2 + 2x - \frac{7}{3}$
k) $f(x) = 2x^2 + 2x - 4$
l) $f(x) = -3x^2 + 6x + 9$

Aufgabe 14: Intervallschreibweise
Gib die folgenden Mengen in Intervallschreibweise an.

a) $A = \{x \in \mathbb{R}: 4 < x < 8\}$
b) $B = \{x \in \mathbb{R}: -2 \le x < 5\}$
c) $C = \{x \in \mathbb{R}: -100 < x \le 30\}$
d) $D = \{x \in \mathbb{R}: 2 \le x \le 45\}$
e) $E = \{x \in \mathbb{R}: x \le 2\}$
f) $F = \{x \in \mathbb{R}: 4 < x\}$
g) $G = \{x \in \mathbb{R}: x \le -2 \text{ oder } x \ge 3\}$
h) $H= \{x \in \mathbb{R}: x < -3 \text{ oder } x > 2\}$
i) $I= \{x \in \mathbb{R}: x \le -5 \text{ oder } x > 5\}$
j) $J = \{x \in \mathbb{R}: x < -6 \text{ oder } x \ge 6\}$

Aufgabe 15: Quadratische Ungleichungen
Vervollständige die Tabelle. Trage dazu jeweils die Bereiche ein, in denen die Funktion größer, echt größer, kleiner bzw. echt kleiner als Null ist:

f(x) =	$f(x) \ge 0$ für $x \in$	$f(x) > 0$ für $x \in$	$f(x) < 0$ für $x \in$	$f(x) \le 0$ für $x \in$
$x^2 + x - 2$	$\mathbb{R}\backslash]-2; 1[$	$\mathbb{R}\backslash[-2; 1]$	$]-2; 1[$	$[-2; 1]$
$x^2 - x - 12$				
$-x^2 - x + 6$				
$-x^2 + 5x - 6$				
$x^2 + 3x + 4$				
$-x^2 + 2x - 1$				
$-\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x - 3$				
$\frac{1}{2}x^2 - 5x - 12$				
$x^2 + 4x + 4$				

Aufgabe 16: Gemeinsame Punkte
Bestimme die Koordinaten aller gemeinsamen Punkte von f und g:
a) $f(x) = x^2 + 2x$ und $g(x) = x + 6$
b) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$ und $g(x) = -\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$
c) $f(x) = x^2 - 4x - 2$ und $g(x) = -x^2 + 2x + 6$
d) $f(x) = x^2 + 3x + 5$ und $g(x) = -x + 1$
e) $f(x) = x^2 + 1$ und $g(x) = x^2 - 1$
f) $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$ und $g(x) = -x^2 - 2x + 2$

Aufgabe 17: Bestimmung von Funktionsgleichungen aus drei gegebenen Punkten
Bestimme die Gleichung der Parabel, die durch die Punkte P_1, P_2 und P_3 verläuft.
a) $P_1(0|0)$, $P_2(1|2)$ und $P_3(3|-6)$
b) $P_1(0|-2)$, $P_2(2|1)$ und $P_3(-1|-\frac{11}{4})$
c) $P_1(-2|2)$, $P_2(-1|0)$ und $P_3(3|-28)$
d) $P_1(1|3)$, $P_2(-1|1)$ und $P_3(2|7)$
e) $P_1(1|1)$, $P_2(-1|3)$ und $P_3(2|3)$
f) $P_1(2|7)$, $P_2(1|3)$ und $P_3(0|1)$.

Aufgabe 18: Bestimmung von Funktionsgleichungen aus Scheitelpunkt und einem weiteren Punkt
Vom Schaubild einer Parabel sind der Scheitelpunkt S und ein weiterer Punkt P bekannt. Bestimme die Gleichung der Parabel in Normalform.

a) $S(1|1)$ und $P(0|3)$
b) $S(-\frac{5}{2}|\frac{9}{4})$ und $P(-1|0)$
c) $S(1|2)$ und $P(2|0)$
d) $S(-1|4)$ und $P(2|\frac{7}{4})$
e) $S(2|-2)$ und $P(-2|2)$
f) $S(3|-2)$ und $P(1|2)$

Aufgabe 19: Anwendungsaufgaben
a) Wie hoch und wie lang ist eine Brücke, deren Form oberhalb der x-Achse durch $y = -0{,}005x^2 + 0{,}52x$ in Metern gegeben ist?
b) Über eine Talsenke mit dem Querschnitt $y = 0{,}0048x^2 - 0{,}3648x - 3{,}0688$ in Metern wird in der Höhe 2 m über NN eine waagrecht verlaufende Brücke gespannt. Wie lang ist die Brücke und wie hoch ist sie über der tiefsten Stelle?
c) Ein Straßentunnel hast den Querschnitt $y = -0{,}4x^2 + 2{,}6x + 6{,}78$ in Metern. Wie hoch und wie breit ist der Tunnel? Zwei 3 m breite und 4 m hohe Lastwagen sollen sich im Tunnel mit 1 m Sicherheitsabstand passieren können. Welchen waagrechten Abstand haben die Lastwagen dann in 4 m Höhe von der Tunnelwand?
d) Eine mit der Geschwindigkeit v in m/s senkrecht nach oben geschossene Kugel hat nach t Sekunden die Höhe $h(t) = -5t^2 + vt$ in m über dem Abschußort erreicht. Wie lange fliegt die Kugel und welche Höhe erreicht sie, wenn sie mit v = 10 m/s bzw. v = 100 m/s abgeschossen wurde?

Aufgabe 20: Parabelscharen und Ortskurven
Untersuche die folgenden Parabelscharen auf Achsenschnittpunkte in Abhängigkeit von t und die Koordinaten des Scheitelpunktes in Abhängigkeit von t. Zeichne f_t für $t = \pm 2, \pm 1$ und 0 in ein gemeinsames Koordinatensystem mit $-5 \le x, y \le 5$. Zeichne die **Ortskurve** der Scheitelpunkte in das Koordinatensystem ein und bestimme ihre Funktionsgleichung. Die **Ortskurve** der Scheitelpunkte ist die Menge aller Scheitelpunkte der Parabelschar.

a) $f_t(x) = x^2 - tx$ mit $t \in \mathbb{R}$
b) $f_t(x) = x^2 + 6x + t$ mit $t \in \mathbb{R}$
c) $f_t(x) = x^2 + tx + 2$ mit $t \in \mathbb{R}$
d) $f_t(x) = x^2 - 2tx - 2t + 1$ mit $t \in \mathbb{R}$
e) $f_t(x) = tx^2 - 2x + 1$ mit $t \in \mathbb{R}$
f) $f_t(x) = (x-1)^2 + t$
g) $f_t(x) = t(x-1)^2 - 1$
h) $f_t(x) = x^2 + 2x + t$

Aufgabe 21: Quadratische Gleichungen
Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen.
a) $x(x + 4) + 5 = -1 - (2x + 3)$
b) $(x + 4)(x + 2) = -x(x + 10) - 4(x - 2)$
c) $(x + 7)(13x - 3) = (1 + 7x)(13 - 3x)$
d) $(x + 2)^2 + 5x + 2 = (2x - 6)^2$

Aufgabe 22: Quadratische Bruchgleichungen
Bestimme die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen

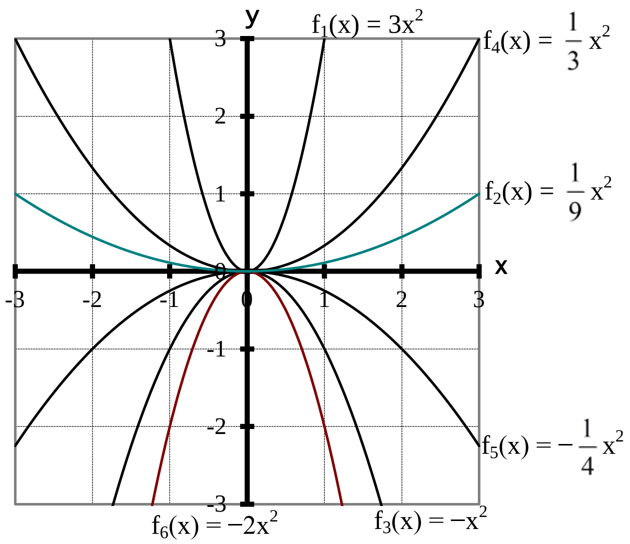
a) $\frac{3x+2}{2} + \frac{14}{3x+1} = 6$
b) $\frac{5x}{x-1} + \frac{x+1}{x+4} = \frac{21+x}{x+4}$
c) $\frac{15}{x+2} = 2 - \frac{x-5}{8}$
d) $\frac{x^2+15x}{(x+3)(x-3)} = \frac{2x+3}{x-3} - \frac{x-3}{x+3}$
e) $\frac{x-3}{x-1} + \frac{x-1}{x+1} = \frac{6x-2}{x^2-1}$
f) $\frac{x+6}{x-6} + \frac{x-6}{x+6} = \frac{144}{x^2-36}$
g) $\frac{2x-1}{(x-1)(x-3)} + \frac{3x}{(x+2)(x-3)} = \frac{2x^2+3x+16}{(x-1)(x+2)(x-3)}$
h) $\frac{5}{(x-4)(x-3)} + \frac{3}{(x-3)(x-2)} = \frac{x^2+3x+1}{(x-4)(x-3)(x-2)}$

Aufgabe 23: Gemeinsame Punkte bei Kurvenscharen
Welche Bedingungen müssen für t gelten, damit die Schaubilder von f_t und g_t sich gegenseitig schneiden, berühren bzw. passieren?
a) $f_t(x) = x^2 + t$ und $g(x) = -x + 1$
b) $f_t(x) = tx^2 - 1$ und $g(x) = x$
c) $f_t(x) = -x^2 - 4x - 4$ und $g_t(x) = x^2 - 2x + t$

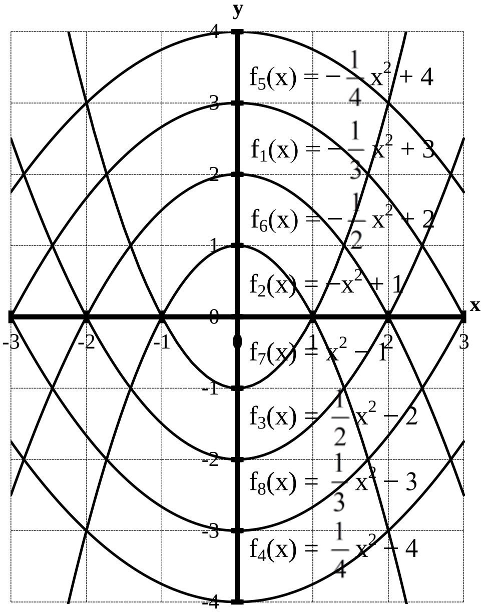
4.2. Lösungen zu den Aufgaben zu quadratischen Funktionen

Aufgaben 1 und 3: siehe Skript

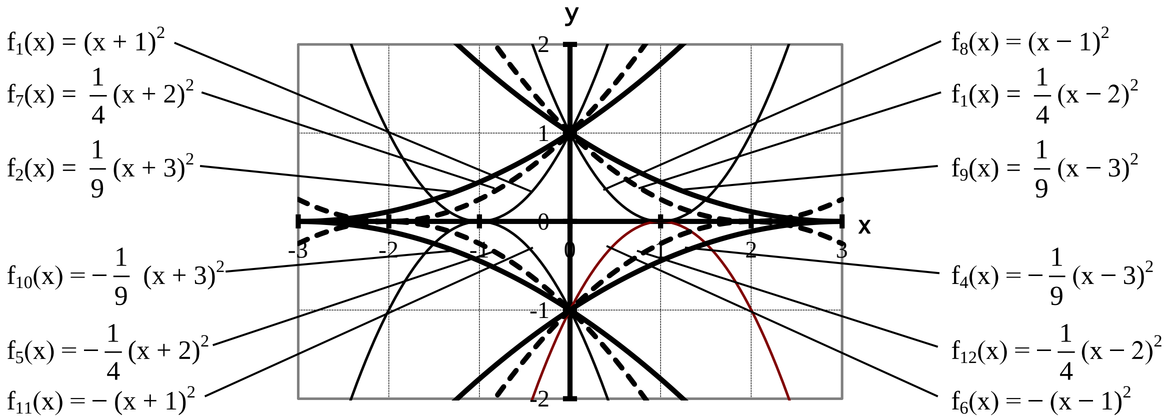
Aufgabe 2: Stauchung und Streckung



Aufgabe 4: Verschiebung in y-Richtung



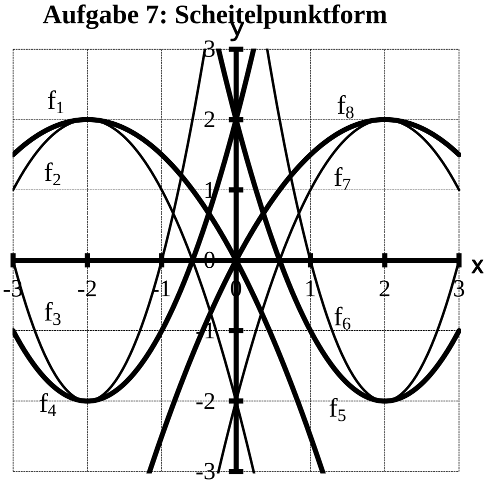
Aufgabe 5: Verschiebung in x-Richtung



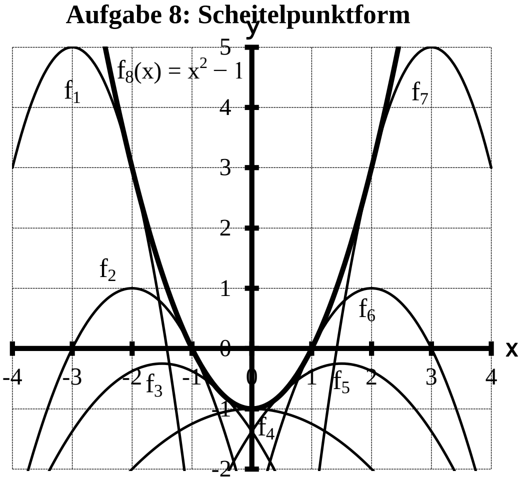
Aufgabe 6: Scheitelpunktform

a) $f(x) = (x - 3)^2$
b) $f(x) = (x + 1)^2$
c) $f(x) = x^2 + 2$
d) $f(x) = x^2 - 7$
e) $f(x) = (x - 4)^2 + 2$
f) $f(x) = (x + 3)^2 + 2$
g) $f(x) = (x + 5)^2 - 1$
h) $f(x) = (x - 3)^2 - 2$

Aufgabe 7: Scheitelpunktform



Aufgabe 8: Scheitelpunktform



Aufgaben 10: Achsenschnittpunkte

f_1: $S_{1y}(0|-13)$ und $S_{1x1/2}(-3\pm\sqrt{\frac{5}{2}}|0)$, f_2: $S_{2y}(0|-3)$ und $S_{2x1/2}(-2 \pm 1|0)$, f_3: $S_{3y}(0|-\frac{5}{4})$, f_4: $S_{4y}(0|-1)$, f_5: $S_{5y}(0|-\frac{5}{4})$, f_6: $S_{6y}(0|-3)$ und $S_{6x1/2}(2 \pm 1|0)$, f_7: $S_{7y}(0|-13)$ und $S_{7x1/2}(3\pm\sqrt{\frac{5}{2}}|0)$ und f_8: $S_{8y}(0|-1)$

Aufgaben 9 und 11: Scheitelpunkte und Achsenschnittpunkte
Aus Platzgründen sind nur Scheitelpunkte und Schnittpunkte mit der x-Achse angegeben.

a) $S(-2|0)$

b) $S(-2|-1)$, $S_{x1/2}(-2 \pm 1|0)$

c) $S(-2|-6)$, $S_{x1/2}(-2 \pm \sqrt{6}|0)$

d) $S(1|0)$

e) $S(1|-1)$, $S_{x1/2}(-1 \pm 1|0)$

f) $S(-3|-1)$, $S_{x1/2}(-3 \pm 1|0)$

g) $S(-4|1)$

h) $S(1|4)$

i) $S(-1|4)$

j) $S(-\frac{5}{2}|\frac{9}{4})$, $S_{x1/2}(-\frac{5}{2} \pm \frac{3}{2}|0)$

k) $S(-2|0)$,

l) $S(-\frac{1}{2}|-1)$

m) $S(\frac{3}{2}|-\frac{25}{12})$, $S_{x1/2}(\frac{3}{2} \pm \frac{5}{2})$

n) $S(1|-4)$, $S_{x1/2}(1 \pm \sqrt{8}|0)$

o) $S(-1|4)$, $S_{x1/2}(-1 \pm 4|0)$

p) $S(-2|-3)$

q) $S(\frac{1}{4}|1)$

r) $S(-\frac{p}{2}|-\frac{p^2}{4})$, $S_{x1/2}(-\frac{p}{2} \pm \frac{p}{2}|0)$

Aufgabe 12: Satz von Vieta

a) $f(x) = x^2 + 3x + 2$
b) $f(x) = x^2 + 5x + 6$
c) $f(x) = x^2 + 6x + 8$
d) $f(x) = x^2 + 7x + 12)$
e) $f(x) = x^2 + (u + 4)x + 4u$
f) $f(x) = x^2 + (u + v)x + uv$

Aufgabe 13: Satz von Vieta

a) $f(x) = (x + 2)(x + 3)$
b) $f(x) = (x + 1)(x + 5)$
c) $f(x) = (x + 3)(x + 4)$
d) $f(x) = (x - 2)(x - 3)$
e) $f(x) = (x - 3)(x - 4)$
f) $f(x) = (x - 3)(x + 4)$
g) $f(x) = (x - 6)(x + 5)$
h) $f(x) = (x - 1)(x + 5)$
i) $f(x) = \frac{1}{2}(x + 1)(x + 7)$
j) $f(x) = \frac{1}{3}(x - 1)(x + 7)$
k) $f(x) = 2(x - 1)(x + 2)$
l) $f(x) = -3(x - 3)(x + 1)$

Aufgabe 14: Intervallschreibweise

a) $A =]4; 8[$
b) $B = [-2; 5[$
c) $C =]-100; 30]$
d) $D = [2; 45]$
e) $E =]-\infty; 2]$
f) $F =]4; \infty[$
g) $G = \mathbb{R}\setminus]-2; 3[$
h) $H = \mathbb{R}\setminus[-3; 2]$
i) $I = \mathbb{R}\setminus]-5; 5]$
j) $J = \mathbb{R}\setminus[-6; 6[$

Aufgabe 15: Quadratische Ungleichungen

f(x) =	f(x) ≥ 0 für x ∈	f(x) > 0 für x ∈	f(x) < 0 für x ∈	f(x) ≤ 0 für x ∈
$x^2 + x - 2$	$\mathbb{R}\setminus]-2; 1[$	$\mathbb{R}\setminus[-2; 1]$	$]-2; 1[$	$[-2; 1]$
$x^2 - x - 12$	$\mathbb{R}\setminus]-3; 4[$	$\mathbb{R}\setminus[-3; 4]$	$]-3; 4[$	$[-3; 4]$
$-x^2 - x + 6$	$[-3; 2]$	$]-3; 2[$	$\mathbb{R}\setminus[-3; 2]$	$\mathbb{R}\setminus]-3; 2[$
$-x^2 + 5x - 6$	$[2; 3]$	$]2; 3[$	$\mathbb{R}\setminus[2; 3]$	$\mathbb{R}\setminus]2; 3[$
$x^2 + 3x + 4$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\{\}$	$\{\}$
$-x^2 + 2x - 1$	$\{1\}$	$\{\}$	$\mathbb{R}\setminus\{1\}$	$\mathbb{R}$
$-\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x - 3$	$[-3; -2]$	$]-3; -2[$	$\mathbb{R}\setminus[-3; -2]$	$\mathbb{R}\setminus]-3; -2[$
$\frac{1}{2}x^2 - 5x - 12$	$\mathbb{R}\setminus]-2; 12[$	$\mathbb{R}\setminus[-2; 12]$	$]-2; 12[$	$[-2; 12]$
$x^2 + 4x + 4$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}\setminus\{-2\}$	$\{\}$	$\{-2\}$

Aufgabe 16: Gemeinsame Punkte

a) $S_1(-3|3)$ und $S_2(2|8)$
b) $S_1(-1|1)$ und $S_2(-2|\frac{5}{2})$
c) $S_1(-1|3)$ und $S_2(4|-2)$
d) $S_{1/2}(-2|3)$ (Berührpunkt)
e) keine gemeinsamen Punkte
f) keine gemeinsamen Punkte

Aufgabe 17: Bestimmung von Funktionsgleichungen aus drei gegebenen Punkten

a) $f(x) = -2x^2 + 4x$
b) $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + x - 2$
c) $f(x) = -x^2 - 5x - 4$
d) $f(x) = x^2 + x + 1$
e) $f(x) = x^2 - x + 1$
f) $f(x) = x^2 + x + 1$

Aufgabe 18: Bestimmung von Funktionsgleichungen aus Scheitelpunkt und einem weiteren Punkt

a) $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$
b) $f(x) = -x^2 - 5x - 4$
c) $f(x) = -2x^2 + 4x$
d) $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{15}{4}$
e) $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - x - 1$
f) $f(x) = x^2 - 6x + 7$

Aufgabe 19: Anwendungsaufgaben

a) Die Brücke ist 104 m lang und 13,52 m hoch
b) Die Brücke ist 100 m lang und 12 m hoch.
c) Der Tunnel ist 11 m hoch und 10,5 m breit. Der waagrechte Abstand zur Tunnelwand ist 68 cm
d) Die Kugeln fliegen 2 bzw. 20 Sekunden lang und erreichen eine Höhe von 5 bzw. 500 Metern.

Aufgabe 20: Parabelscharen und Ortskurven

a) $x_{1/2} = \frac{t}{2} \pm \frac{t}{2}$ und $S_t\left(\frac{t}{2}\middle|-\frac{t^2}{4}\right) \Rightarrow$ Ortskurve $y = -x^2$

b) $x_{1/2} = -3 \pm \sqrt{t-9}$, falls $t \neq 9$ und $S_t(-3|-9+t) \Rightarrow$ Ortskurve $x = -3$

c) $x_{1/2} = -\frac{t}{2} \pm \sqrt{\frac{t^2}{4} - 2}$, falls $t \neq \sqrt{8}$ und $S_t\left(-\frac{t}{2}\middle|-\frac{t^2}{4}+2\right) \Rightarrow$ Ortskurve $y = -x^2 + 2$

d) $x_{1/2} = t \pm \sqrt{t^2 + 2t - 1}$, falls $t \leq -1-\sqrt{2}$ oder $t \neq -1+\sqrt{2}$ und $S_t(t|-t^2 - 2t + 1) \Rightarrow y = -x^2 - 2x + 1$

e) $x_{1/2} = \frac{1}{t} \pm \sqrt{\frac{1}{t}\left(\frac{1}{t} - 1\right)}$, falls $t \neq 1$ und $S_t\left(\frac{1}{t}\middle|-\frac{1}{t}+1\right)$, falls $t \geq 0 \Rightarrow$ Ortskurve $y = -x + 1$

f) $x_{1/2} = 1 \pm \sqrt{-t}$, falls $t \leq 0$ und $S_t(1|-t) \Rightarrow$ Ortskurve $x = 1$

g) $x_{1/2} = 1 \pm \frac{1}{\sqrt{t}}$, falls $t \geq 0$ und $S_t(1|-1) \Rightarrow$ keine Ortskurve, sondern gemeinsamer Scheitelpunkt

h) $x_{1/2} = -1 \pm \sqrt{1-t}$, falls $t \leq 1$ und $S_t(-1|t-1) \Rightarrow$ Ortskurve $x = -1$

Aufgabe 21: Quadratische Gleichungen

a) L = { –3 }　b) L = { –10; 0}　c) L = { 1; –1 }　d) L = { 1; 10 }

Aufgabe 22: Quadratische Bruchgleichungen

a) $D = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{3}\}$ und $L = \{1; 2\}$
b) $D = \mathbb{R} \setminus \{1; -4\}$ und $L = \{\}$
c) $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ und $L = \{6; 13\}$
d) $D = \mathbb{R} \setminus \{3; -3\}$ und $L = D$
e) $D = R \setminus \{1; -1\}$ und $L = \{0; 5\}$
f) $D = \mathbb{R} \setminus \{6; -6\}$ und $L = \{\ \}$
g) $D = \mathbb{R} \setminus \{1; -2; 3\}$ und $L = \{\ \}$
h) $D = R \setminus \{4; 3; 2\}$ und $L = \{\ \}$

Aufgabe 23: Gemeinsame Punkte bei Kurvenscharen

a) $x_{1/2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{5}{4} - t} \Rightarrow$ Schnittpunkte für $t < \frac{5}{4}$, Berührpunkt für $t = \frac{5}{4}$, keine gem. Punkte für $t > \frac{5}{4}$

b) $x_{1/2} = \frac{1}{2t} \pm \sqrt{\frac{1+4t}{4t^2}} \Rightarrow$ Schnittpunkte für $t > -\frac{1}{4}$, Berührpunkt für $t = -\frac{1}{4}$, keine gem. Punkte für $t < -\frac{1}{4}$

c) $x_{1/2} = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{1-2t}{4}} \Rightarrow$ Schnittpunkte für $t < \frac{1}{2}$, Berührpunkt für $t = \frac{1}{2}$, keine gem. Punkte für $t > \frac{1}{2}$