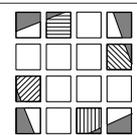


Mathematik	Thema: Finanzmathematik		
Übungen	Rentenrechnung (II)	FH 12	

Aufgaben

- a) Die Dunderhead Intl. (DIntl.) produziert Headdunder. Dr. Peter Hunger macht einen Verbesserungsvorschlag für die Produktion dieser Geräte und kann zwischen folgenden Prämien wählen:
1. Eine 5 Jahre lang laufende vorschüssige Rente in Höhe von jeweils 2.700 €.
 2. Eine 10 Jahre lang laufende nachschüssige Rente in Höhe von jeweils 1.400 € plus eine Zahlung von 2.500 € am Ende der Laufzeit.
- Welches Angebot sollte der Doktor annehmen, wenn man mit $p=6$ rechnet?
Um welchen Betrag unterscheiden sich die Barwerte der Zahlungen?
- b) Dr. Peter Hunger möchte etwas für seine Altersversorgung tun. Er zahlt er 16 Jahre lang nachschüssig 4.000 € jährlich ein. Zunächst wird 8 Jahre lang mit 4% verzinst, danach mit 6%.
1. Wäre es günstiger für ihn gewesen, wenn man die ganze Laufzeit über mit 5% verzinst hätte?
 2. Der gute Doktor geht in 20 Jahren in Rente. Welchen Betrag hat er zu diesem Zeitpunkt zur Verfügung? Reicht dieser Betrag aus, um 15 Jahre lang jährlich 6.600 € als Zusatzrente abzuheben? (Die einfache und die komplizierte Lösung ist erlaubt)
- c) Ein Ingenieur erhält als Gegenwert für ein Patent den Anspruch auf eine nachschüssige Rente mit der Rate 2.000,00 € und der Laufzeit 15 Jahre. Der Ingenieur möchte seinen Anspruch in eine ebenfalls nachschüssige Rente mit $r=3.000$ € umwandeln. Bestimmen Sie die Laufzeit der neuen Rente, wenn mit einer jährlichen Verzinsung von 5% gerechnet wird.
- d) Eine nachschüssige Rente von jährlich 4.200,00 € mit einer Laufzeit von 10 Jahren, soll in eine vorschüssige sofort beginnende Rente mit einer Laufzeit von 12 Jahren umgewandelt werden. Bestimmen Sie die neue Rente, wenn eine jährliche Verzinsung von 5,25% zugrunde gelegt wird.
- e) Man hat heute ein Kapital von 18.000 €. Wie lange kann man von diesem Kapital vorschüssig jährlich 2.400 € entnehmen, wenn man mit 4,5% verzinst?
- f) Wie lange kann man die 2.400 € nachschüssig entnehmen, wenn das dreifache Kapital bei der selben Verzinsung zur Verfügung steht? Erstaunlich!
- g) Ein Unternehmer möchte eine Stiftung einrichten, aus der ein gleich bleibender Betrag von 15.000,00 € nachschüssig für Prämienzahlungen an die Belegschaft entnommen werden soll. Rechnen Sie stets mit einer Verzinsung von 6%.
1. In welcher Höhe ist der Fonds anzulegen, wenn der Betrag 10 Jahre lang ausgezahlt werden soll?
 2. Welcher Betrag hätte **vor 5 Jahren** einmalig angelegt werden müssen, um das Stiftungskapital heute zur Verfügung zu haben?
 3. Welcher Betrag hätte **5 Jahre lang am Ende eines jeden Jahres** eingezahlt werden müssen, um das Kapital zur Verfügung zu haben? Rechnen Sie als Variante mit einer vorschüssigen Zahlung.

Zusatzaufgaben mit kleinen Hinweisen:

- 1 Eine nachschüssige Rente in Höhe von 4.000 € mit einer Laufzeit von 20 Jahren wird zwar regelmäßig gezahlt, der Zinssatz ändert sich aber nach 8 Jahren von 4% auf 6%. Welcher Betrag steht am Ende der Laufzeit zur Verfügung?

→ Wir betrachten die Zahlung so, als würde es sich um zwei getrennte Rentenzahlungen handeln.

1. Rente: 8 Jahre lang mit $p=4$ (→ Endwert berechnen)

2. Rente: 12 Jahre lang mit $p=6$ (→ wieder Endwert berechnen)

Der Gag: die erste Rente muss noch 12 Jahre lang verzinst werden, und zwar mit 6%. (→ also normale Zinseszinsrechnung)

Die richtigen beiden Beträge addieren.

- 2 Variante: Es werden zunächst 10 Jahre lang jährlich 3.000 € vorschüssig, dann 10 Jahre lang jährlich 4.000 € nachschüssig eingezahlt. Endwert? Barwert? Ist es egal, ob ich zuerst den größeren (4.000) oder zuerst den kleineren (3.000) Betrag einzahle?

Auch hier tun wir wieder so, als ob das zwei getrennte Rentenzahlungen wären.

- 3 Die Dr.-Peter-Hunger-Stiftung möchte am Ende eines jeden Jahres einen Betrag von 30.000 € an begabte Nachwuchskünstler vergeben. Welcher Betrag muss bereitgestellt werden, um diese Zahlung gewährleisten zu können, ohne das Stiftungskapital anzugreifen? ($p=6$)

Es dürfen dann nur die Zinsen ausgezahlt werden. Welches Kapital gibt bei 6% 30.000 € Zinsen?

$$Z = \frac{K \cdot p}{100} \Leftrightarrow K = \frac{Z \cdot 100}{p}$$

(Das ist eigentlich keine Rentenrechnung, obwohl es „ewige Rente“ heißt.)

- 4 Welches Kapital hätte man vor 10 Jahren anlegen müssen ($p=5$), damit das Kapital unter 3 zur Verfügung steht? (Gehen Sie von 500.000 € aus)

(Das ist einfache Zinseszinsrechnung)

- 5 Stellen wir uns mal vor, 200.000 € standen vor 5 Jahren zur Verfügung. Das reicht aber nicht.

Welchen Betrag hätte man jährlich nachschüssig zuzahlen müssen, um auf das Stiftungskapital zu kommen?

Hier kommt wieder die Rentenrechnung:

- Wert der 200.000 heute? (→ aufzinsen)
 - die Differenz zum Stiftungskapital ist der Rentenendwert der gesuchten Rente.
 - Das geht dann normal mit der Formel für den Rentenendwert, wobei n , p und R_n gegeben ist, r ist gesucht.
-