

Mathematik	Thema: Finanzmathematik		
Übungen	Rentenrechnung (I)	WFH 12	

### Aufgabe

Hanns Dampf ist der Erfinder der HannsDampfmaschine.

- a) Hanns Dampf zahlt zehn (*sechs*) Jahre lang am Ende eines jeden Jahres einen Betrag von 456 € nachschüssig (*1200 € vorschüssig*) ein. Über welchen Betrag kann er am Ende der Laufzeit bei  $p=4,5$  ( $p=3,2$ ) verfügen? (Auch für die kursive Variante!)
- b) Welchen Betrag muss Hanns Dampf am Ende eines jeden Jahres vorschüssig (*nachschüssig*) einzahlen, wenn er am Ende 6.000 € (*20.000 €*) zur Verfügung haben will ( $p=3,75$ )? (Auch für die kursive Variante!)
- c) Wie viel (volle) Jahre muss Hanns Dampf jährlich 2.000 € einzahlen, um am Ende der Laufzeit bei  $p=6,5$  über mindestens 15.000 € verfügen zu können?
- d) Hanns Dampf zahlte jährlich nachschüssig 3.210 € ein und möchte am Ende von 8 Jahren über ein Kapital von 31.487,17 € verfügen. Welcher Zinssatz liegt hier zugrunde? (Es kommt ein vergleichsweise glatter Wert raus.)  
Lösen Sie die Gleichung auch für eine vorschüssige Rente. (Krummer Wert)  
(→ Gleichung aufstellen, mit dem TI30Xpro / num-solv lösen.)
- e) (Rentenumwandlung, harmlose Variante) Hanns Dampf bekommt für einen wertvollen Verbesserungsvorschlag eine über 8 Jahre laufende Rente von jährlich 5.000 € nachschüssig. Er möchte sie in eine vorschüssige Rente umwandeln, die 12 Jahre lang läuft. Welcher Betrag wird jährlich ausgezahlt? ( $p=4,5$ )  
(Das Prinzip hierbei ist, dass die Barwerte der beiden Renten gleich sein müssen. Also:
1. Endwert der ersten Rente bestimmen.
  2. Barwert der ersten Rente bestimmen, der ist auch der Barwert der zweiten Rente.
  3. Endwert der zweiten Rente bestimmen → einfach aufzinsen.
  4. Neue Rente bestimmen.)
- f) Hanns Dampf will seine Nichte Henriette während ihres Studiums sechs Jahre lang am Ende eines jeden Jahres mit 3.000 € unterstützen.  
Welchen Betrag muss er heute dafür bereitstellen? ( $p=4$ )  
Bestimmen Sie zunächst den Rentenendwert und dann den Rentenbarwert dieser Zahlung. Zeigen Sie dann, dass der Rentenbarwert der gesuchte Betrag ist, indem Sie in einer Tabelle von dem Rentenbarwert ausgehend die Zahlungen ausführen. Zeigen Sie in einer gesonderten Rechnung, dass der Rentenendwert sich auch ergibt, wenn Sie die Beträge von 3.000 € einzeln entsprechend lange verzinsen und die Summe der Beträge am Ende addieren.

Schema für die Tabelle:

Jahr	Kapital zu Beginn	Kapital am Ende
1	$R_0$	$R_0 + \text{Zinsen}$
2	$R_1 = R_0 + \text{Zinsen} - 3000$	$R_1 + \text{Zinsen}$
3	$R_2 = R_1 + \text{Zinsen} - 3000$	...
...	...	

Reihenfolge beachten!