Mathematik	Thema: Finanzmathematik	
Übersicht	Potenzen und Logarithmen	WFH 12

Potenzen

Das Ganze heißt Potenz

b ist der Exponent

$$a^b = c$$

c ist der Numerus

a ist die Basis

Potenzgesetze

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$; beachte : $a^{-1} = \frac{1}{a}$

$\left(a^n\right)^m = a^{n \cdot m}$

$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$; $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$

$\sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = a^{\frac{m}{n}}$

Diese Gesetze sollten Ihnen eigentlich aus der Sekundarstufe I geläufig sein - auch in dem Sinn, dass Sie damit umgehen können.

Logarithmen

Grundlegende Gleichung: $a^b = c \Leftrightarrow \log_a c = b$

> Das bedeutet:
> Der Logarithmus einer Zahl c zur Basis a ist die Zahl, mit der man a potenzieren muss, damit man wieder c erhält.
> (Geniale Formulierung, aber so ist es!)

Im Prinzip kann man Logarithmensysteme zu beliebigen Basen (mit a>0 und a≠1) benutzen, es werden aber zwei Basen besonders häufig benutzt:

- Die Zahl **10** → 10er-Logarithmen / dekadische Logarithmen
  $\lg = \log_{10}$
  Achtung: im Taschenrechner **<u>steht log statt lg</u>**
- Die Zahl **e = 2,7182818** ... → natürliche Logarithmen $\ln = \log_e$
  Die Eulersche Zahl e ist faszinierend, wir können aber im Rahmen des Unterrichts nicht weiter darauf eingehen.

> Es gilt also z.B.:
> $\lg(1000) = 3$,
> denn $10^3 = 1000$
> $\lg(38946) = 4{,}59046\ldots$,
> denn : $10^{4{,}59\ldots} = 38946$
> $\ln(571) = 6{,}347\ldots$,
> denn : $e^{6{,}347\ldots} = 571$

Logarithmengesetze

Hier sind vor allem zwei beim Lösen von Exponentialgleichungen unverzichtbar:	$\log(a \cdot b) = \log(a) + \log(b)$ und $\log(a^x) = x \cdot \log(a)$

Hierbei steht log für den Logarithmus zu einer beliebigen Basis; uns interessiert hier v.a. der $\lg$ und der $\ln$.

> Diese Umformung benötigen wir häufig. log steht eigentlich für einen beliebigen Logarithmus, wir nehmen den 10er, also lg (TR: log!).

Wichtig ist der Umgang mit Logarithmen und Potenzen beim Lösen bestimmter Gleichungen. Seien T_1 und T_2 zwei <u>Terme</u>, so gilt:	$T_1 = T_2 \Leftrightarrow \log(T_1) = \log(T_2)$
Als Terme bezeichnet man hierbei Zahlen, Variablen sowie deren Kombinationen mit Rechenzeichen. Beispiele: 3 / x / 3-a / 17+9 / $3x^4$ usw.	Beispiel: $2 = 1{,}25^x \Leftrightarrow lg(2) = lg(1{,}25^x)$ $\Leftrightarrow lg(2) = x \cdot lg(1{,}25)$

> Bedeutung: Sind zwei Seiten einer Gleichung gleich, so sind auch deren Logarithmen gleich. Und umgekehrt!