

## Rentenrechnung – Aufgabe

Willi Schneider, der Vorstand Vertrieb der Kana AG, plant in 15 Jahren – also Ostern 2026 - in den Ruhestand zu gehen und möchte jetzt schon dafür sparen. Er legt dazu jedes Jahr 25.000 Euro (vorschüssig) zu einem Zinssatz von 4 % an.

- a) Über wie viel Geld kann Willi dann zu Beginn seines Ruhestandes verfügen?
- b) Wie viel Geld müsste Willi jedes Jahr sparen, wenn er dieses nachschüssig anlegen würde, um zu dem selben Endwert zu kommen?
- c) Aufgrund von Schwankungen in der Geschäftsentwicklung schafft es Willi nicht, jedes Jahr 25.000 Euro zurückzulegen. Er legt stattdessen nachschüssig folgende Beträge an:
  - in den ersten vier Jahren: jeweils 20.000 Euro.
  - im 5. und 6. Jahr nichts,
  - im 7. bis 15. Jahr: jeweils 30.000 Euro.

Wie viel Geld hat Willi nun angespart? (Bei einem Zinssatz konstant von 4%)

- d) Jedoch war auch der Zinssatz nicht konstant. Die ersten 6 Jahre betrug er 4%, für den Rest der Laufzeit ist dann ist er auf 6% gestiegen. Wie viel Geld hat er nun bis zum Rentenbeginn angespart?

Die Bank bietet ihm als – Aktionsangebot – beim Erreichen des Ruhestandes eine Einmalzahlung von 500.000 Euro an. Diese möchte sich Willi dann in Form einer Rente auszahlen lassen (Zinssatz 4%).

- a) Wie hoch ist seine Rente, wenn er diese 20 Jahre lang (nachschüssig) beziehen will?
- b) Willi möchte aber mindestens eine jährliche Rente von 40.000 Euro haben. Wie lange könnte er diese genießen?

**Lösung:**

a)

gegeben:

p	4,00%
n	15
rv	25000

Gesucht  $R_{NV}$ 

$$R_{nV} = r * q^n * (q^n - 1) / (q - 1) = 25000 * 1,04 * (1,04^{15} - 1) / 0,04 = \underline{\underline{520613,28€}}$$

b)

gegeben:

Rn	520613,28
n	15
p	4,00%

gesucht: r

$$Rn = r * (q^n - 1) / (q - 1) \Leftrightarrow r = Rn * (q - 1) / (q^n - 1) = 52613,28 * 0,04 / (1,04^{15} - 1) = \underline{\underline{26.000€}}$$

c)

Gesucht Rn

$$Rn = ((20.000 * (1,04^4 - 1) / (0,04)) * 1,04^{11} + 30.000 * (1,04^9 - 1) / (0,04)) = 130.744,72 + 317483,86 = \underline{\underline{448.228,58€}}$$

d)

Gesucht Rn

$$Rn = (20.000 * (1,04^4 - 1) / (0,04)) * 1,04^2 * 1,06^9 + 30.000 * (1,06^9 - 1) / (0,06) = 155194,71 + 344.739,48 = \underline{\underline{499.934,19€}}$$

e)

Gegeben:	
$K_0$	500000
n	20
p	4,00%
Gesucht	
	r

$$K_0 * q^n = r * (q^n - 1) / (q - 1) \Leftrightarrow r = K_0 * q^n * (q - 1) / (q^n - 1) = 500.000 * 1,04^{20} * 0,04 / (1,04^{20} - 1) = \underline{\underline{36790,88€}}$$

f)

Gegeben:	
$K_0$	500.000,00 €
r	40.000,00 €
p	4,00%
Gesucht	
	n

$$K_0 * q^n = r * (q^n - 1) / (q - 1) \Leftrightarrow 500.000 * 1,04^n = 40.000 / 0,04 * (1,04^n - 1)$$

$$\Leftrightarrow 1,04^n = 2 * (1,04^n - 1) \Leftrightarrow 1,04^n * (1 - 2) = -2 \Leftrightarrow 1,04^n = 2 \Leftrightarrow n = \log 2 / \log 1,04 = \underline{\underline{17,67 \text{ Jahre}}}$$