

Mathematik	Thema: Finanzmathematik		
Übungen	Annuitätentilgung (I)	FH12	

**Aufgabe**

Die VSS (Very Spherical Spheres) will eine neue Produktionslinie aufbauen: walzenförmige Kugeln. Die hierzu benötigten 1.800.000 € will die VSS innerhalb von 12 Jahren mit jährlich gleich hohen Beträgen zurückzahlen. (Alle Aufgabenteile mit  $p=7$ )

- Wie hoch ist die Annuität?
- Wie hoch ist der Tilgungsanteil im 3. Jahr?
- Wie hoch ist der Zinsanteil im 5. Jahr?
- Welcher Betrag wurde **bis zum** Ende des 6. Jahres insgesamt getilgt? Welcher Betrag wurde **im 6. Jahr** getilgt?
- Wie hoch sind die bis zum Ende des 4. Jahres insgesamt gezahlten Zinsen?
- Wie lange dauert es, bis 2/3 des Darlehensbetrages zurückgezahlt sind? (Hinweis: Hier ist die Formel für die Tilgung bis zum k-ten Jahr relevant!)  
Überprüfen Sie Ihr Ergebnis, indem Sie den insgesamt zurückgezahlten Betrag im Jahr vor und im Jahr nach ihrem „Rohwert“ bestimmen. (z. B. Rohwert 7,45, dann  $K(7)$  und  $K(8)$  bestimmen)
- Fertigen Sie einen Tilgungsplan für die ersten 6 Jahre an. Überprüfen Sie an diesem:
  - Das Ergebnis zu Teil b)
  - das Ergebnis zu Teil d), wobei Sie Ihrem Nachbarn erklären, worin der Unterschied zwischen "bis zum Ende des 6. Jahres" und "im 6. Jahr" liegt!

**Formeln:**

<b>Modellvorstellung:</b>	(Die getrennten Konten existieren in der Realität nicht)	
Das <b>Darlehen</b> $K$ auf eine <b>Schuldenkonto</b> →	$K \cdot q^n$	(Zinseszins)
Die <b>Annuitäten</b> $A$ auf ein <b>Guthabekonto</b> →	$A \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$	(Rentenrechnung)
Das Darlehen ist zurückgezahlt wenn gilt: Schulden = Guthaben		
→ Grundformel	$K \cdot q^n = A \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$	
In jedem Jahr $k$ gilt	$A = T_k + Z_k$	
Tilgung <b>im k-ten</b> Jahr	$T_k = T_1 \cdot q^{k-1}$	
Tilgung <b>bis zum k-ten</b> Jahr	$T_1 \cdot \frac{q^k - 1}{q - 1}$	
Restschuld im k-ten Jahr	$K_k = K - T_1 \cdot \frac{q^k - 1}{q - 1}$	(Darlehenssumme minus die bis zum k-ten Jahr gezahlten Tilgungen)
Restschuld im k-ten Jahr (Variante)	$K_k = K \cdot q^k - A \cdot \frac{q^k - 1}{q - 1}$	(Schulden im k-ten Jahr minus Guthaben im k-ten Jahr laut Modell oben)
Zinsen <b>im k-ten</b> Jahr	$Z_k = A - T_k = A - T_1 \cdot q^{k-1}$	
Zinsen <b>bis zum k-ten</b> Jahr	$k \cdot A - T_1 \cdot \frac{q^k - 1}{q - 1}$	(Annuität * Anzahl der Jahre (k) minus die bis zum k-ten Jahr gezahlten Tilgungen)