


Mathematik	Thema: Finanzmathematik		
Übungen	Annuitätentilgung (I)	FH12	

Aufgabe

Die VSS (Very Spherical Spheres) will eine neue Produktionslinie aufbauen: walzenförmige Kugeln. Die hierzu benötigten 1.800.000 € will die VSS innerhalb von 12 Jahren mit jährlich gleich hohen Beträgen zurückzahlen. (Alle Aufgabenteile mit $p=7$)

- a) Wie hoch ist die Annuität?
- b) Wie hoch ist der Tilgungsanteil im 3. Jahr?
- c) Wie hoch ist der Zinsanteil im 5. Jahr?
- d) Welcher Betrag wurde **bis zum** Ende des 6. Jahres insgesamt getilgt? Welcher Betrag wurde **im 6. Jahr** getilgt?
- e) Wie hoch sind die bis zum Ende des 4. Jahres insgesamt gezahlten Zinsen?
- f) Wie lange dauert es, bis 2/3 des Darlehensbetrages zurückgezahlt sind?
(Hinweis: Hier ist die Formel für die Tilgung bis zum k-ten Jahr relevant!)
Überprüfen Sie Ihr Ergebnis, indem Sie den insgesamt zurückgezahlten Betrag im Jahr vor und im Jahr nach ihrem „Rohwert“ bestimmen. (z. B. Rohwert 7,45, dann $K(7)$ und $K(8)$ bestimmen)
- g) Fertigen Sie einen Tilgungsplan für die ersten 6 Jahre an. Überprüfen Sie an diesem:
 - Das Ergebnis zu Teil b)
 - das Ergebnis zu Teil d), wobei Sie Ihrem Nachbarn erklären, worin der Unterschied zwischen "bis zum Ende des 6. Jahres" und "im 6. Jahr" liegt!

Formeln:

Modellvorstellung:	(Die getrennten Konten existieren in der Realität nicht)	
Das Darlehen K auf eine Schuldenkonto →	$K \cdot q^n$	(Zinseszins)
Die Annuitäten A auf ein Guthabekonto →	$A \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$	(Rentenrechnung)
Das Darlehen ist zurückgezahlt wenn gilt: Schulden = Guthaben		
→ Grundformel	$K \cdot q^n = A \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$	
In jedem Jahr k gilt	$A = T_k + Z_k$	
Tilgung im k-ten Jahr	$T_k = T_1 \cdot q^{k-1}$	
Tilgung bis zum k-ten Jahr	$T_1 \cdot \frac{q^k - 1}{q - 1}$	
Restschuld im k -ten Jahr	$K_k = K - T_1 \cdot \frac{q^k - 1}{q - 1}$	(Darlehenssumme minus die bis zum k -ten Jahr gezahlten Tilgungen)
Restschuld im k -ten Jahr (Variante)	$K_k = K \cdot q^k - A \cdot \frac{q^k - 1}{q - 1}$	(Schulden im k -ten Jahr minus Guthaben im k -ten Jahr laut Modell oben)
Zinsen im k-ten Jahr	$Z_k = A - T_k = A - T_1 \cdot q^{k-1}$	
Zinsen bis zum k-ten Jahr	$k \cdot A - T_1 \cdot \frac{q^k - 1}{q - 1}$	(Annuität * Anzahl der Jahre (k) minus die bis zum k -ten Jahr gezahlten Tilgungen)