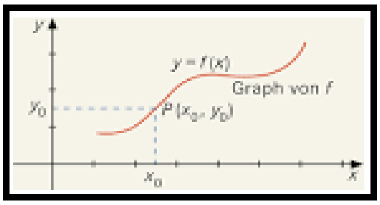


Eine Funktion ist eine **Zuordnungsvorschrift!!!!! (sonst nix, nicht mehr und nicht weniger :))**
d.h. x → y oder x → f(x),
soll heißen: in Abhängigkeit von x kann der Funktionswert berechnet werden.

Bsp: f(x) = 2 * x + 5 → wenn x= 3 → f(3) = 2 * 3 + 5 = 11

Beispiel:

Der Tank deines Autos beinhaltet nach dem Tanken 60 Liter Benzin.
Pro 100 km verbraucht dein Auto 5 Liter.

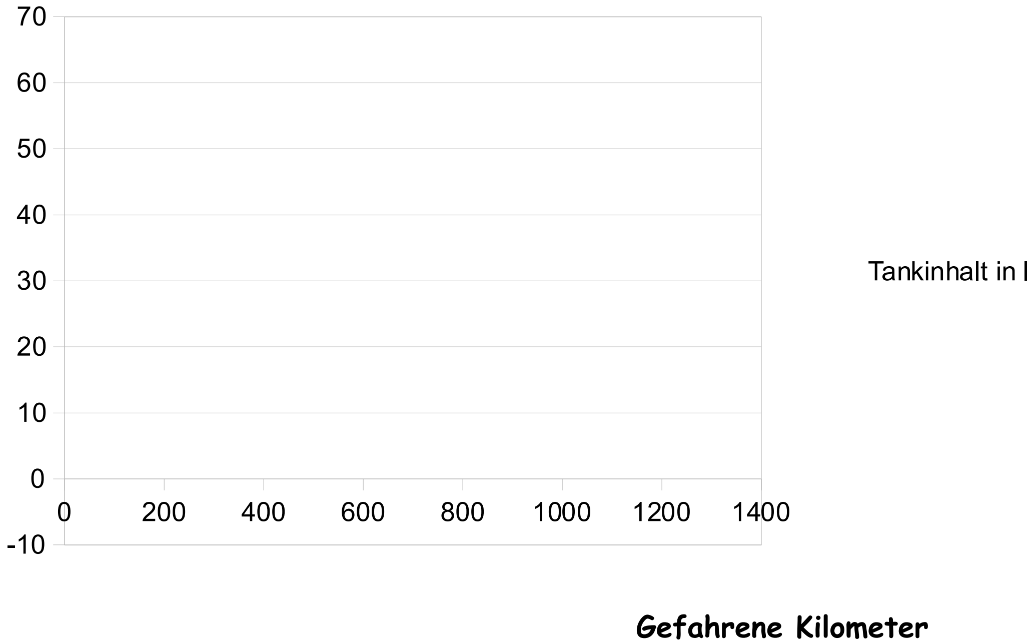
Wie viel Benzin ist im Tank, wenn Du:

100 km: __________ 250 km: __________ 500 km: __________ 1500 km: __________

gefahren bist?

Nach wie vielen km ist der Tank leer? Schätze ggf. !

Stelle den Sachverhalt im KOS (Koordinatensystem) dar.(Tankinhalt y-Achse; Kilometer x-Achse)



Jetzt mathematisch: allgemein: f(x) = a*x + b

Die Zuordnungsvorschrift „Tankinhalt in Abhängigkeit der gefahrenen Kilometer" lautet hier:

T(km) oder f(x) = ______________________________ der Faktor vor dem x entspricht der Steigung der Geraden.

Der Tank ist leer, wenn gilt f(x) = ____

<=>

=> Mit einer Tankfüllung kann man maximal ______ Kilometer fahren.

Besondere Bedeutung haben	**am Beispiel Inhalt Autotank in Abh. der gef. Km**
Steigung	→ je steiler der Graph der Funktion (→ Steigung) ...
Schnittpunkt mit der x-Achse	→ hier kann man ablesen
Schnittpunkt mit der y-Achse	→ hier kann man ablesen

Beispiel 2: Stromtarife

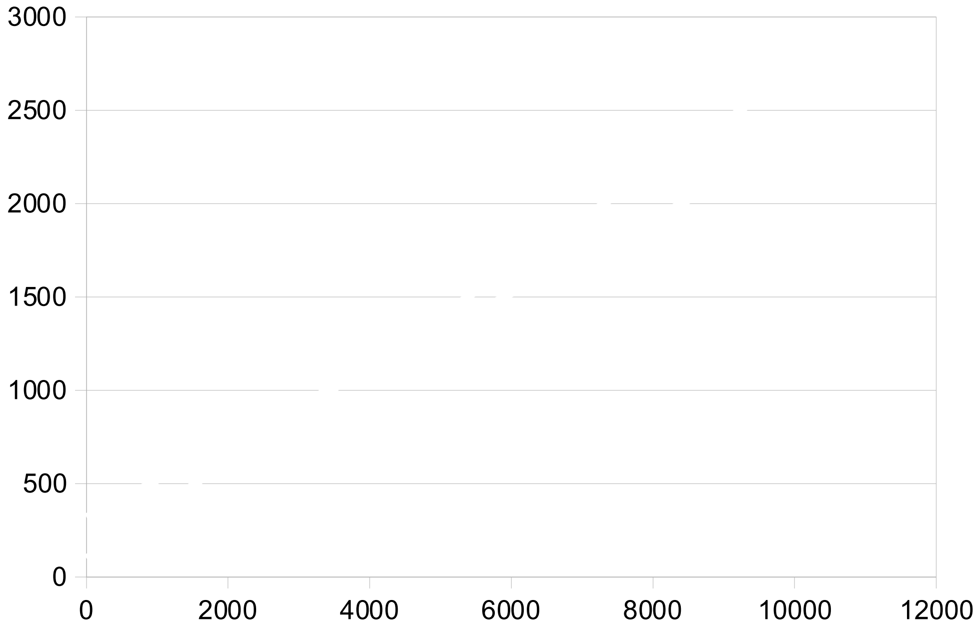
Es sollen zwei Stromtarife mit einander verglichen werden. Beim ersten Anbieter betragen die jährlichen Grundgebühren 320 Euro und 20 Ct pro kWh (Kilowattstunde). Der zweite Anbieter bietet seinen Strom zu 26 Cent pro kWh und 100 Euro Grundgebühr an.

Erstelle eine Wertetabelle (Stromkosten in Abhängigkeit des Verbrauchs in kWh)

kWh	Anbieter 1	Anbieter 2	Wer ist günstiger?
0			
1500			
3000			
4500			
6000			

Zeichne beide Funktionen in ein KOS.

y-Achse: Kosten



x-Achse: Verbrauch in kWh

Jetzt mathematisch: allgemein: $f(x) = a*x + b$
Wie lauten für beide Anbieter die Funktionen (Zuordnungsvorschrift „Kosten in Abhängigkeit des Verbrauchs in kWh):

$f_1(x) =$ ________________________________

$f_2(x) =$ ________________________________

Welcher Anbieter ist günstiger, wenn ich nur sehr wenig verbrauche (ohne Rechnung):

____

Ab viel Einheiten ist Anbieter 1 günstiger?
Rechnung:

$f_1(x) = f_2(x)$

<=>

=> Ab einem Verbrauch von ______ kWh ist Anbieter 1 günstiger.

Besondere Bedeutung haben	**am Beispiel Stromkosten in Abhängigkeit des Verbrauchs**
Steigung der Funktionen	→ je größer die Steigung der Gerade, desto
Schnittpunkt mit der y-Achse	→ hier kann man ablesen
Schnittpunkt beider Graphen	→ hier kann man ablesen

Hans möchte seinen Lebensunterhalt durch den Verkauf von Socken bestreiten.
Er mietet ein Ladengeschäft → Warmmiete 1200 Euro und kauft jedes Paar Socken zum Preis von 3 Euro bei einem Großhändler ein. Sonstige Kosten entstehen ihm nicht. Sein Verkaufspreis beträgt 5 Euro. Zum Lebensunterhalt benötigt er 1500 Euro.

Betrachten wir zunächst **die Einnahmeseite:**

Umsatz = Erlös = Preis * ____________________ (entspricht dem was in der Kasse ist)

→ Der Erlös in Abhängigkeit der verkauften Menge x beträgt:

E(x) =

Jetzt die **Ausgaben:**

Kosten = Fixe Kosten + variable Stückkosten * _________________ .

→ Die Kosten in Abhängigkeit der verkauften Menge x betragen:

K(x) = ______________________________________

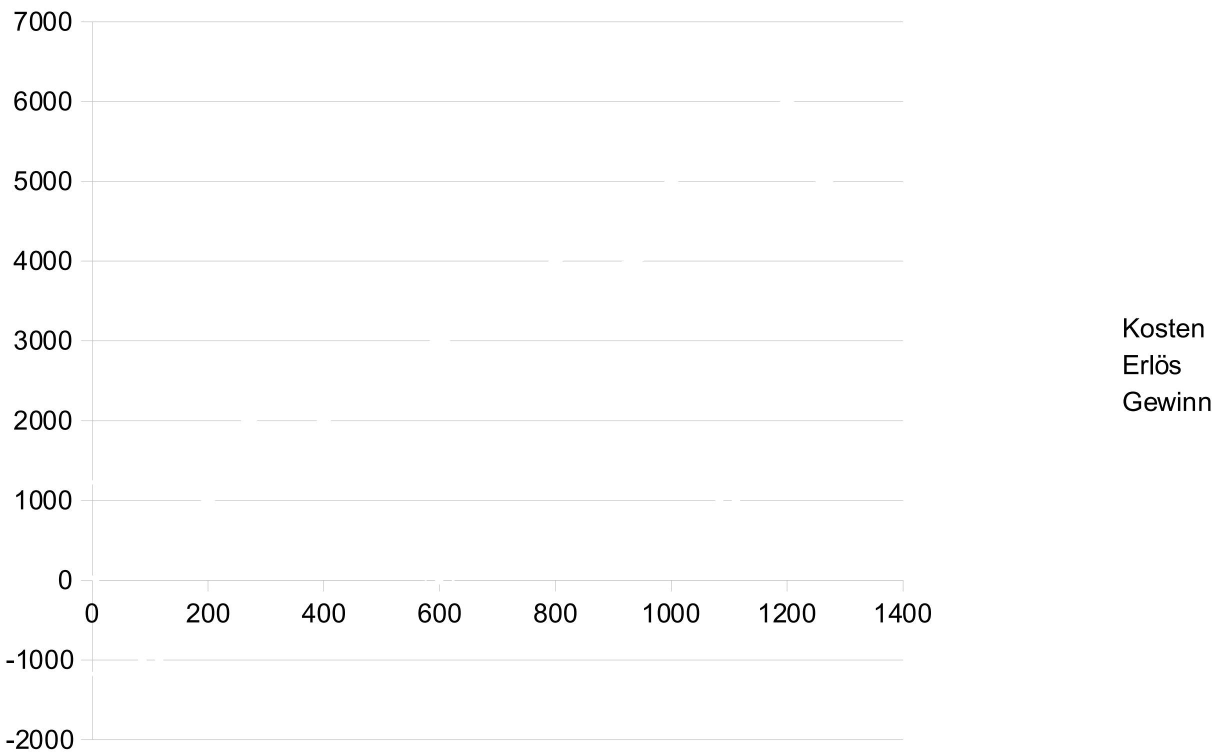
Doch was kann Hans jetzt behalten bzw. für seinen Lebensunterhalt ausgeben?
→ Dies nennt man in der BWL ***Gewinn***.

→ ***G(x)* =**

Jetzt erstellen wir wieder eine **Wertetabelle**:

Stück	Kosten	Erlös	Gewinn
0			
500			
1000			
1500			
2000			

und zeichnen alle drei Funktionen in ein KOS:



<u>Überlege</u>: Wie viele Punkte (Wertepaare) pro (linearer) Funktion muss Du berechnen, um sie zu zeichnen?

Wie viele Socken muss er verkaufen um Gewinn zu erwirtschaften?

G(x) =

<=> x =

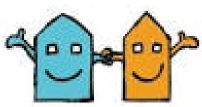
Wie viele Socken muss er verkaufen, um seinen Lebensunterhalt (=1500 Euro) zu bestreiten?

G(x) =

<=> x =

Besondere Bedeutung haben	**am Beispiel Inhalt Autotank in Abh. der gef. Km**
Steigung der Kostenfunktion	→ je größer die Steigung der Gerade, desto
Schnittpunkt der Kostenfunktion mit der y-Achse	→
Steigung der Erlösfunktion	→ je größer die Steigung der Gerade, desto
Schnittpunkt der Kostenfunktion mit der Erlösfunktion	→ hier kann man ablesen
Schnittpunkt der Gewinnfunktion mit der x-Achse	→ hier kann man ablesen

Vergleiche Deine Ergebnisse nun mit Deinem Nachbarn!



Seine Freundin Eva hat auch ein Geschäft. Sie verkauft Nagellack. Wenn sie 10 Stück verkauft, hat sie einen Erlös von 60 Euro. Dann betragen ihre Kosten 825 Euro, verkauft sie 300 Stück, so betragen ihre Kosten 1550 Euro.

Betrachten wir zunächst **die Einnahmeseite:**

Wie lautet nun die **Erlösfunktion**:

E(x) = Preis * Menge (Menge entspricht x)

=> E(10) = 60

E(x) = ______________________________

Nun die **Kosten**:

Wie lautet nun die **Kostenfunktion**?

K(10) = 60 und K(300) = 1550

$K(x) = K_{fix} + x^{*}\ k_{var}$

K(x) = ________________________________

Wie lautet nun die **Gewinnfunktion**?

G(x) = E(x) – K(x) =

Wie viele Nagellacke muss Eva verkaufen, um keinen Verlust zu machen?

G(x) = 0 <=>

Wann macht Eva am meisten Gewinn?

Lineare Funktionen f(x) = a*x +b

Ich kann die Funktion bestimmen

wenn folgendes gegeben ist ...	**Beispiel**	**Rechnung**
y-Achsenabschnitt & Steigung	$f(0) = -30$; $a = 8$	
y-Achsenabschnitt & ein Punkt	$f(0) = 30$; P(12 I 162)	
Steigung & ein Punkt	$a=5$ P(12 I 162)	
Zwei Punkte	P_1(3 I 4) P_2(7 I 12)	
eine parallele Gleichung und ein Punkt	$g(x)=-8x +120$ P(5 I - 30)	

Gegeben: $f(x) = 2x - 2$ und $g(x) = 3x - 5$

Ich kann folgendes berechnen:	**Rechnung**
1. Schnittpunkt mit der y-Achse	**Bedingung**:
2. Schnittpunkt mit der x-Achse	**Bedingung**:
3. Schnittpunkt zweier Geraden	**Bedingung**:

Übungsaufgaben im Buch:

Bestimmen von Funktionsgleichen und sonstiger Eigenschaften der Funktion:
S. 143 Aufgaben 3 / 5
S. 143 A 7 (Praktische Anwendung von Funktionen beim Bergsteigen)
S. 145 Aufgabe 5 & 7 (Ökonomische Anwendungen von Funktionen)

Zusammenfassung:
Ökonomische Anwendung von Funktionen (hier: lineare Funktionen)

Welche Funktionen gibt es?

Kostenfunktion → Gesamtkosten in Abhängigkeit der Menge x

K(x) = kvar * x + Kfix

Erlösfunktion → Erlöse (=Umsätze /"Geld in der Kasse") in Abhängigkeit der Menge x
E(x) = p * x (→ Preis * Menge)

Immer: E(0) = 0 (wenn ich nichts verkaufe, habe ich auch kein Geld in der Kasse.

Gewinnfunktion : Gewinn in in Abhängigkeit der Menge x
G(x) = E(x) – K(x) (Erlöse – Kosten)

G(x) = p * x - (kvar * x + Kfix) = (p – kvar) * x - Kfix

Was kann ich damit alles berechnen?

Gegeben	Gesucht	Rechenweg
zwei Kostenfunktionen $K_1(x)$; $K_2(x)$ für das gleiche Produkt	Menge bei der die Kosten gleich sind bzw. die eine Kostenfunktion günstiger ist.	$K_1(x) = K_2(x)$ und nach x auflösen
Preis & Kostenfunktion	Erlösfunktion	E(x) = p * x
	Gewinnfunktion	G(x) = E(x) - K(x)
	Gewinnschwelle (Break Even Point); Menge ab der Gewinn erwirtschaftet wird.	G(x) = 0 (Nullstelle der Gewinnfunktion) x = ...
	Gewinn, Erlös, Kosten an der Kapazitätsgrenze bzw. bei einer bestimmten Menge x1	x1 in die jeweilge Funktion einsetzen; G(x1) = ...
Zwei Punkte einer Funktion (zum Bsp. Kostenfunktion: Kosten bei einer Menge x1 und Menge x2)	Funktion (hier Kostenfunktion)	Rechnerisch durch aufstellen der Gleichungen und auflösen nach a und b. TR s. Bsp unten.

Bsp: Gegeben: zwei Punkte auf der Kostenfunktion P1 (1 I 718) und P2(8 I 1838)
TR: **data** / in L1 werden die x-Werte eingegeben → 1; 8 in L2 die y-Werte → 718; 1838
2^{nd} **data** / 4 LinReg ax+b /enter .../ a= 160; b= 558
→ K(x) = 160x + 558

Buch S. 148/ A1 & A2

AB Polypol zeichnen ….

Fallstudie

In der BWL – wie auch im Leben - geht es zumeist darum die richtigen Entscheidungen zu treffen. zum Beispiel sich selbständig zumachen oder auch nicht, oder ein Produkt zum richtigen Preis anzubieten und beim richtigen Händler zu bestellen …

So geht es auch Elke Engel. Sie überlegt, sich mit dem Handel von hochwertigen Bambusfahrrädern selbstständig zu machen und hat schon einiges in Erfahrung gebracht.

Analysiert für Elke die Situation und helft ihr die richtigen Entscheidungen zu treffen.

Vorgehen:

1. Bildet dazu Gruppen von jeweils 4 Schülerinnen und Schülern.
2. Jeder Schüler liest sich die Situationsbeschreibung durch und macht sich Notizen zum Vorgehen.
3. Überlegt **zusammen**, welche Rechenschritte notwendig sind,bzw. was in welcher Reihenfolge berechnet werden muss, um die richtigen Entscheidungen zu treffen.
4. Bestimmt jeweils ein Zweier-Team, das die Kostensituation analysiert und eines, welches die Erlössituation analysiert.
5. Besprecht die Ergebnisse und tauscht sie aus.
6. Führt die Ergebnisse zusammen, um die Gewinnsituation zu analysieren. Teilt Euch auch hier die Arbeit.

----> Verschiedene Lösungen sind möglich!!! Begründet Eure Entscheidung!!

Elke schätzt die Lage wie folgt ein:

Erlös- / Preissituation:
Zu einem Preis von 1250 € könnte sie ca. 45 Stück im Monat, zu einem Preis von von 995,00 € könnte sie ca. 65 Stück absetzen. (maximale Absatzmenge).

Kostensituation:
Die Fixkosten (Miete des Ladengeschäftes, Versicherungen, Werbung, etc.) betragen 15.000 €. Zusätzlich entstehen ihr noch Kosten für den Einkauf der Fahrräder. Dazu hat sie folgende Alternativen:

- Monatliche Transportkosten für die Rahmen aus Ghana (unabhängig von der Menge) 5000 € und weitere Kosten pro Fahrrad von 525,00 €.
- oder Bestellung bei einem deutschen Großhändler für 650,00 € pro Fahrrad (ohne weitere fixe Kosten).

Persönliche Situation
Elke arbeitet derzeit in der Lagerverwaltung eines Fahrradgroßhandels und verdient 2000 €. Jedoch macht ihr die Arbeit keinen Spaß. Für ihren Lebensunterhalt benötigt sie mindestens 1600 €.

?????

Welchen Preis soll Elke nun für ihr Bambusfahrrad nehmen?

Sie überlegt:
Zu einem Preis von 1250 € könnte sie ca. 45 Stück im Monat, zu einem Preis von von 995,00 € könnte sie ca. 65 Stück absetzen.

- ➔ Also: Je höher der Preis den ich für mein Fahrrad verlange, desto _______________ die Menge x, die ich verkaufen kann.
- ➔ Der Preis, den ich verlangen kann, ist abhängig von der Menge die ich absetzen (=verkaufen) möchte. Der Preis ist also abhängig von der Menge und kann als Funktion dargestellt werden. (→ **Preisabsatzfunktion PAF**)
- ➔ Die Preisabsatzfunktion ist fallend oder steigend (unzutreffendes bitte streichen).

Elke geht davon aus, dass die PAF linear ist.
Bestimme die Funktion mit Hilfe des Taschenrechners:
TR: Data ....2^{nd} data .....

p(x) = ____________________________

den Punkt p(0) nennt man **Höchstpreis** ______________

die Menge bei p(x) = 0 nennt man **Sättigungsmenge:**

Elke fragt sich, wie viele Fahrräder sie verkaufen könnte, wenn sie zum Beispiel das Rad zu 1350 Euro anbieten würde.

Die Menge beträgt: ____________

Welchen Einfluss hat das nun auf die Erlös- bzw. Gewinnsituation???

E(x) = p(x) * x =

$G(x) = E(x) - K(x) =$

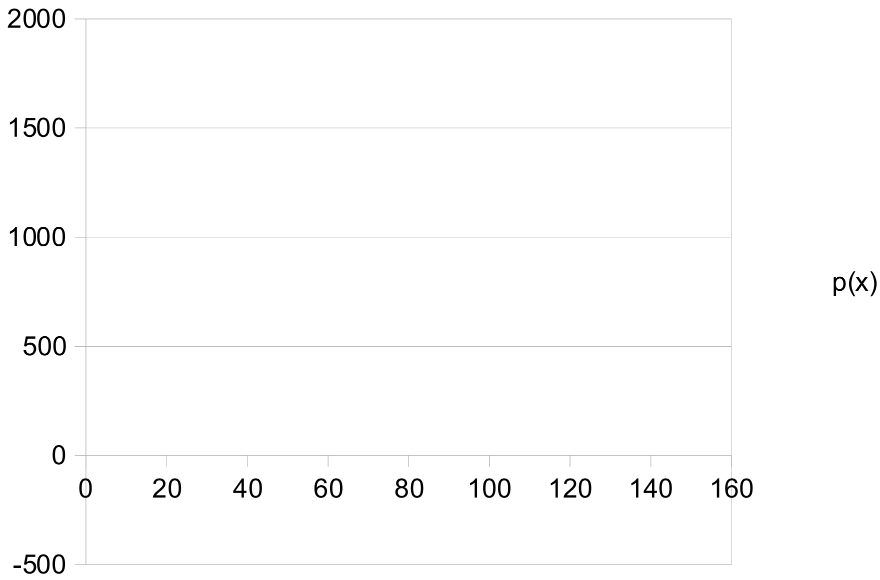
Wie sieht meine Gewinnsituation nun aus?

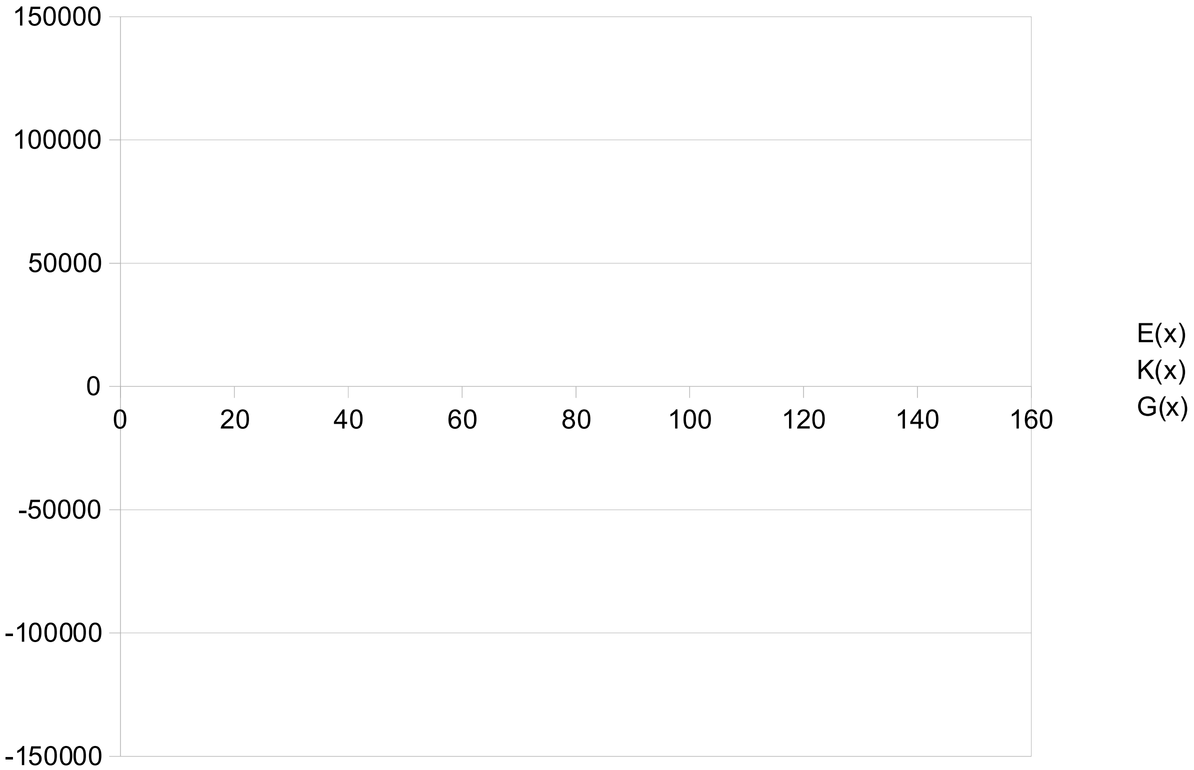
Hilf Elke eine Wertetabelle zu erstellen .....

		p(x)*x		E(x)-K(x)
x	**p(x)**	**E(x)**	**K(x)**	**G(x)**
0				
20				
50				
80				
100				
140				
150				

.... und die Funktionen zu zeichnen .....

1. Preisabsatzfunktion
... zeichne auch den ***Höchstpreis*** und die ***Sättigungsmenge*** ein.





… was kann ich jetzt schlussfolgern …

Die Gewinnfunktion hat jetzt ____ Nullstellen. Die erste Nullstelle heißt **Gewinnschwelle (**Menge ab der Gewinn erwirtschaftet wird), die zweite **Gewinngrenze** (Menge bis zu der …).

Die Nullstellen kannst Du auch mit den TR berechnen:
2nd polysolve / 1. Funktion / Funktion eingeben: a= ______; b= ________ c= _________ (…)

Gewinnschwelle $\mathbf{x}_{01}$: _____________ Gewinngrenze $\mathbf{x}_{02}$: ________________

Beschrifte beide Punkte im Diagramm.

Die Menge $\mathbf{x_{max}}$ bei der der meiste Gewinn erwirtschaftet wird, ist genau in der Mitte zwischen Gewinnschwelle und -grenze $\mathbf{(x_{01} + x_{02}) / 2}$:

____

Wie hoch ist hier der Gewinn?

$G(x_{max}) =$

→ **Gewinnmaximum**

----> **Welchen Preis sollte Elke nun verlangen:**

(=Cournot'scher Punkt = Punkt auf der Preisabsatzfunktion, wo der höchste Gewinn erwirtschaftet wird).

----> Elke sollte _______________Euro für das Bambusfahrrad nehmen, dann ist ihr Gewinn am höchsten, nämlich:

Ihr Umsatz (Erlös) beträgt dann:

Die Kosten betragen dann:

Berechnung der Schnittpunkte mit der x-Achse

Schnittpunkte können mit den TR errechnet werden:

Bsp:

$f(x) = -3x^2 - 18x - 19$

TR: 2nd poly-solv 1: ax^2 ...=0; a=-3, b= -18, c= 19; solve; x1 = -1,36; x2= -4,63

Rechnerisch mit der pq-Formel:

Allgemein

$$x^2 + px + q = 0 \qquad x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

→ Funktion muss in die Normalform gebracht werden. (d.h. : a)

hier:

$-3x^2 - 18x - 19 = 0 \quad | : (-3)$

X01= __________ X02= ____________

Berechne die Nullstellen der Funktionen im Buch S. 167/ A 4

Quadratische Gleichungen - Klapptest

Bestimme die Nullstellen der quadratischen Funktionen mit Hilfe des Taschenrechners und mit Hilfe der pq-Formel.

$f(x) = 0$

Wirtschaftliche Grundlagen

Kosten

Fixe Kosten → Die Höhe hängt nicht von der (produzierten/abgesetzten) Menge ab.

Variable Kosten → Ihre Höhe hängt unmittelbar von der Menge ab, oft Stückkosten. (Erkennt man in Funktionen daran, dass sie mit x (bzw. x^2, x^3) multipliziert werden.)

Ordne die folgenden Kosten zu: - fix oder variable? - Ergänze !

Mietkosten	Transportkosten (pauschal)	Abschreibungen von Maschinen
Fertigungslöhne	Materialkosten	Kosten des Einkaufs
Vertriebskosten	Versicherungen	Roh-, Hilfs- und Betriebsstoffe
Verwaltungskosten	Werbung	

Marktformen: Polypol & Monopol - Typische Kennzeichen

Polypol:

Viele (Poly) Anbieter bieten ein (gleiches) Produkt an. Es bildet sich **ein** Preis heraus.
Der Preis, den ein Anbieter erzielt ist unabhängig von der Menge, die **er** absetzt. **E**r ist einer unter vielen und kann deshalb den Preis nicht bestimmen.
→ Je mehr er verkauft, desto höher ist sein Erlös.

Monopol:

Nur ein Anbieter, bietet das Produkt an. Er kann den Preis bestimmen. Die Menge, die er verkaufen kann, ist abhängig von dem Preis, den er festlegt. Je höher der Preis, desto geringer die Menge.
→ Sinkende Preisabsatzfunktion.
Den höchsten Erlös (nicht Gewinn!!!!) erzielt er, wenn er die halbe Sättigungsmenge anbietet.
Ähnlich: ***Monopolistische Konkurrenz***, auch hier hat der Anbieter eine monopolartige Marktstellung.

Wahl von Alternativen

In der BWL geht es häufig darum, zu entscheiden, wie ein Unternehmer handeln soll. Grundsätzlich ist sein Handeln zielorientiert, d.h. er handelt um bestimmte Ziele zu erreichen. Dabei gibt es nicht immer nur eine Lösung. Sie hängt zum Beispiel von den persönlichen Neigungen (Risikoneigung, etc.) und Einstellungen ab.

Ziele:

- Ökonomische Ziele (Gewinnmaximierung / Kostensenkung / Erlösmaximierung)
- Persönliche Zufriedenheit (Spaß an der Arbeit; Work-Life-Balance, d.h. Einklang von Arbeits- und Privatleben; Streben nach finanzieller Sicherheit, Durchsetzen von persönlichen Überzeugungen z. Bsp. Umweltschutz, soziale Ziele)

Zusammenfassung / Ergänzung: Ökonomische Anwendung von Funktionen (hier: quadratische Funktionen)

Vergleich – Monopol - Polypol

Begriffe / Fragen	Ökonomische Bedeutung	Rechenweg
Ökonomischer. Definitionsbereich	Bereich in dem das x definiert ist. Mengen sind immer positiv. **Monopol**: Bei Mengen zwischen 0 und Sättigungsmenge. **Polypol**: Bei Mengen zwischen 0 und Kapazitätsgrenze.	Monopol p(x) = 0; x ausrechnen; Polypol: Kapazitätsgrenze dem Text entnehmen. Schreibweise: x Ɛ [0; Höchstmenge]
Bestimme die Preisabsatzfunktion (PAF) im Monopol	Im Monopol ist die absetzbare Menge eines Anbieters vom Preis abhängig. ´Je höher der Preis desto geringer die Menge.	Die PAF ist linear fallend und gegeben sind zwei Punkte auf der PAF → TR: data / 2nd data …. oder durch Aufstellen von Gleichungen ...
Preisabsatzfunktion PAF im Polypol	Im Polypol ist ein Preis vorgegeben, zu dem der Anbieter absetzen kann. Der Preis ist unabhängig von der Menge.	PAF verläuft parallel zu x-Achse.
Sättigungsmenge (Monopol)	Mehr als diese Menge kann nicht abgesetzt werden, egal wie hoch der Preis ist.	Schnittpunkt der Preisabsatzfunktion mit der x-Achse. p(x) = 0; x ausrechnen;
Höchstpreis (Monopol)	Zu diesem Preis kann nichts mehr abgesetzt werden, d.h. Menge x=0.	Schnittpunkt von p(x) mit der y-Achse, d.h. p(0)
Erlösmaximum im Polypol	Menge bei der der höchste Erlös (Umsatz) erzielt wird. Je mehr der Anbieter absetzt desto höher der Erlös.	Der Erlös wenn die Höchstmenge abgesetzt wird, d.h. $E(x_{max})$ (Kapazitätsgrenze)
Erlösmaximum im Monopol	hier ist die Erlösfunktion eine quadratische, nach unten geöffnete Funktion mit **einem** Hochpunkt.	x_{emax} = Sättigungsmenge / 2; zur Bestimmung des Umsatzes x_{emax} in E(x) einsetzen.
Gewinnschwelle (GS)/ Gewinngrenze (GG)	… ab dieser Menge wird Gewinn gemacht. … bis zu dieser Menge wird Gewinn gemacht.	Nullstellen der Gewinnfunktion; d.h. G(x)= 0; x01 (GS); x02 (GG) TR: poly-solv oder pq-Formel
Gewinnmaximum	wesentliches Ziel in der BWL; höchste Punkt der Gewinnfunktion	Berechnung des ***Hochpunktes von*** G(x); da G(x) eine Parabel ist, befindet sich dieser genau zwischen den Nullstellen. xmax= (x01 + x02) / 2
Cournotscher Punkt (Monopol)	Punkt auf der Preisabsatzfunktion bei der der höchste Gewinn erzielt wird. → Diesen Preis sollte der Monopolist wählen.	Gewinnmaximale Menge x_{max} berechnen (Hochpunkt der Gewinnfunktion). Bestimmen des Preises: Einsetzen x_{max} in p(x).

Vergleich - Monopol – Polypol

Gegeben sind folgende Angaben:
Kosten:
Fixkosten: 500.000 (Geldeinheiten); variable Stückkosten: 250 GE (Geldeinheiten);

Monopol:
Sättigungsmenge: 1000 ME(Mengeneinheiten); Höchstpreis: 5000 GE

Polypol:
Preis: 1500; Kapazitätsgrenze: 1000 ME;

Analysiere für beide Marktformen die ökonomische Situation.

Monopol-Grafik

Was soll Dennis tun?

Das ist Dennis. Dennis ist Technik-Freak und möchte sich mit dem Internet-verkauf von technischen Produkten selbstständig machen. Dazu hat er sich verschiedene Alternativen überlegt: Verkauf von

- 3D-Brillen,
- von Spielekonsolen **oder**
- von Gaming Notebooks.

Nach eingehender Recherche hat er folgendes in Erfahrung gebracht:

Kosten für die Programmierung der Webseite, das Webhosting, die Lager- und Versandkosten sind in jedem Fall gleich und betragen 15.000 Euro.

Dennis hat einen Freund Tom, der neuartige 3D-Brillen entwickelt hat. Er bietet Dennis den Alleinvertrieb an. Einkaufspreis: 225 Euro. Dennis schätzt, dass er bei einem Preis von 1200€ 30 Stück und bei 500€ sogar 100 Stück verkaufen kann.

3D-Brille

Dennis Freundin Rita hat einen kleinen Computerladen. Dennis könnte hier den Onlinevertrieb übernehmen und Gaming Notebook verkaufen. Diese kann er für 995€ einkaufen, müsste sich aber beim Verkaufspreis an der Konkurrenz orientieren. Der Konkurrenzpreis beträgt: 1295€. Der maximale Absatz beträgt 80 Stück.

Gaming Notebooks

Alternativ könnte er noch Spielekonsolen vertreiben. Hierbei schätzt er einen Höchstpreis von 1200€ und eine Sättigungsmenge von 200 Stück.
Sein Einkaufspreis beträgt 350€.

Spielekonsole

(Annahme: Lineare Preisabsatzfunktion p(x) =a*x +b)

Lösung:

Alternative	Menge	Preis	Gewinn
3D Brille			
Gaming Notebook			
Spielekonsole			

Schlussfolgerung:

Hans hat seine Lehre als Einzelhandelskaufmann gerade erfolgreich abgeschlossen. Sein leidenschaftliches Hobby ist das Fahren auf seinem E-Board. Er möchte nun sein Hobby zum Beruf machen und E-Boards verkaufen.

Für den **Verkauf** hat er sich verschiedene **Alternativen** überlegt:

Ladengeschäft

Er wohnt in einer Kleinstadt und ist auch Vorstand im ortsansässigen Board-Club. Hans ist sehr beliebt und die meisten Boardfahrer des Ortes würden auch bei ihm kaufen.

Internethandel

Bietet er sein Produkt im Internet an, so ist er starker Konkurrenz (Amazon & Co.) ausgesetzt. Kunden werden nur bei ihm kaufen, wenn sein Preis, den der Konkurrenz nicht übersteigt.

Stand in einem Sportgeschäft in einem Einkaufszentrum

In der nächsten Großstadt befindet sich ein Einkaufszentrum. Im dortigen Sportgeschäft könnte Hans einen eigenen Stand aufbauen und Boards auf eigene Rechnung verkaufen (Shop-in-Shop).

Angestellter Verkäufer

Nach seiner Lehre könnte Hans zu einem Bruttogehalt von 2200 Euro als Verkäufer arbeiten.

Aufgaben

- ➔ Stelle für **Deinen** Fall die Gewinnfunktion auf. Mache dabei kenntlich wie einzelne Größen in die Funktion eingehen.
- ➔ Bestimme den maximalen Gewinn (falls noch Zeit).

Kosten- & Erlössituation

Die E-Boards kann Hans aus China zu einem Preis von 275 Euro pro Stück beziehen (=einkaufen).

Ladengeschäft

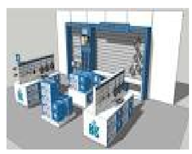
Die verkaufte Menge ist jedoch abhängig vom Preis. Er schätzt: zu einem Preis von 975€ kann er 40 Stück absetzen, bei einem Preis von 575€ 70 Stück pro Monat.
Für die Miete des Ladengeschäftes, Versicherungen, etc. rechnet er mit Kosten in Höhe von 15.000€ monatlich.

Internethandel

Der Konkurrenzpreis liegt im Augenblick bei 495€.
Der Internetauftritt, das Lager und der Versand verursachen monatliche Kosten in Höhe von 10.000 Euro. Sein Versand ist darauf ausgelegt, maximal 70 Boards zu verschicken.

Stand in einem Sportgeschäft in einem Einkaufszentrum

Für Standmiete entstünden ihm Kosten in Höhe von 2500 Euro monatlich. Hier rechnet er mit einem ***Höchstpreis*** von 804€ und einer ***Sättigungsmenge*** von 134 Stück.



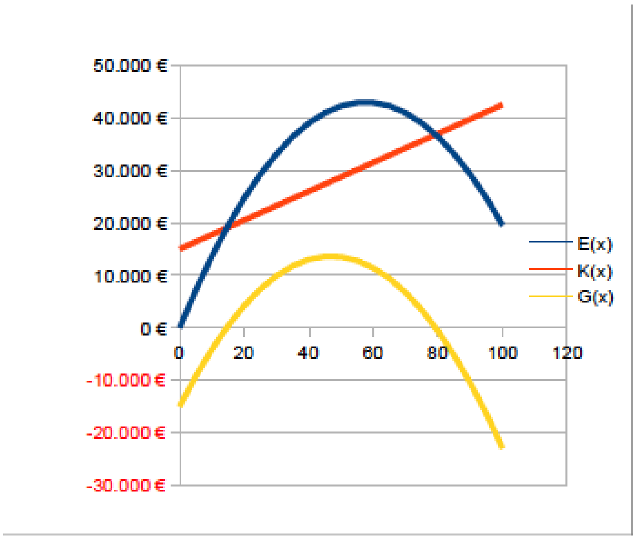
Lösungshinweise:
Solltest Du nicht mehr wissen, die das geht, vergleiche S. 11& 25 Deines Heftes. Dort findest Du alles Wesentliche in Kurzform; für den Rechenweg vergleiche zum Beispiel auch S. 15ff. („Elke und ihr Bambusfahrrad“) oder „Vergleich Polypol /Monopol“

Vergleich der Alternativen

Verkauf in einem Ladengeschäft

Kostenfunktion:		15000
fixe Kosten		15000
variable Stückkosten		275
Preisfunktion:		**p(x)= -13*x + 1495**
p(x)= mx + b		
	m	-13
	b	1495

Menge	Preis	Erlös	Kosten	Gewinn
		p(x)*x		E(x)-K(x)
x	p(x)	E(x)	K(x)	G(x)
0	1.495 €	0 €	15.000 €	-15.000 €
5	1.430 €	7.150 €	16.375 €	-9.225 €
10	1.365 €	13.650 €	17.750 €	-4.100 €
15	1.300 €	19.500 €	19.125 €	375 €
20	1.235 €	24.700 €	20.500 €	4.200 €
25	1.170 €	29.250 €	21.875 €	7.375 €
30	1.105 €	33.150 €	23.250 €	9.900 €
35	1.040 €	36.400 €	24.625 €	11.775 €
40	975 €	39.000 €	26.000 €	13.000 €
45	910 €	40.950 €	27.375 €	13.575 €
50	845 €	42.250 €	28.750 €	13.500 €
55	780 €	42.900 €	30.125 €	12.775 €
60	715 €	42.900 €	31.500 €	11.400 €
65	650 €	42.250 €	32.875 €	9.375 €
70	585 €	40.950 €	34.250 €	6.700 €
75	520 €	39.000 €	35.625 €	3.375 €
80	455 €	36.400 €	37.000 €	-600 €
85	390 €	33.150 €	38.375 €	-5.225 €
90	325 €	29.250 €	39.750 €	-10.500 €
95	260 €	24.700 €	41.125 €	-16.425 €
100	195 €	19.500 €	42.500 €	-23.000 €

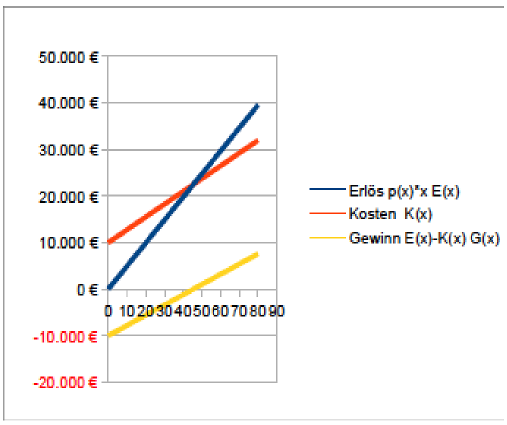


G(x) = E(x) – K(x) → G(x) = $-13*x^2 + 1220*x$ -15.000
TR: x01 = 14,55 und x02 = 79,30 → x_{max} = 46,92 → 47 Stück ist gewinnmaximale Menge.
G(47) = 13623€ p(47)=884€
Liegt der Preis bei 884€, so erzielt er den höchsten Gewinn. Der Gewinn beträgt dann 13.623€.

Verkauf durch Internethandel

Kosten:	K(x) = 10.000 + 275*x
fixe Kosten	10000
variable Stückkosten	275
Preisfunktion:	
p=	495
Kapazitätsgrenze	70

Menge	Preis	Erlös	Kosten	Gewinn
		p(x)*x		E(x)-K(x)
x	p(x)	E(x)	K(x)	G(x)
0	495 €	0 €	10.000 €	-10.000 €
5	495 €	2.475 €	11.375 €	-8.900 €
10	495 €	4.950 €	12.750 €	-7.800 €
15	495 €	7.425 €	14.125 €	-6.700 €
20	495 €	9.900 €	15.500 €	-5.600 €
25	495 €	12.375 €	16.875 €	-4.500 €
30	495 €	14.850 €	18.250 €	-3.400 €
35	495 €	17.325 €	19.625 €	-2.300 €
40	495 €	19.800 €	21.000 €	-1.200 €
45	495 €	22.275 €	22.375 €	-100 €
50	495 €	24.750 €	23.750 €	1.000 €
55	495 €	27.225 €	25.125 €	2.100 €
60	495 €	29.700 €	26.500 €	3.200 €
65	495 €	32.175 €	27.875 €	4.300 €
70	495 €	34.650 €	29.250 €	**5.400 €**
75	495 €	37.125 €	30.625 €	6.500 €
80	495 €	39.600 €	32.000 €	7.600 €



G(x) = E(x) – K(x)
G(x) = 220*x -10.000
Der höchste Gewinn wird an der Kapazitätsgrenze erzielt, d.h. bei 70 Stück. Der Gewinn beträgt 5400€.

Verkauf durch Shop in Shop (Stand in einem Sportgeschäft)

Kostenfunktion:	K(x)= 2500 + 275*x
fixe Kosten	2500
variable Stückkosten	275
Preisfunktion:	**p(x)= -6*x + 804**
p(x)= mx + b	
m	-6
b	804

Menge	Preis	Erlös	Kosten	Gewinn
		p(x)*x		E(x)-K(x)
x	p(x)	E(x)	K(x)	G(x)
0	804 €	0 €	2.500 €	-2.500 €
5	774 €	3.870 €	3.875 €	-5 €
10	744 €	7.440 €	5.250 €	2.190 €
15	714 €	10.710 €	6.625 €	4.085 €
20	684 €	13.680 €	8.000 €	5.680 €
25	654 €	16.350 €	9.375 €	6.975 €
30	624 €	18.720 €	10.750 €	7.970 €
35	594 €	20.790 €	12.125 €	8.665 €
40	564 €	22.560 €	13.500 €	9.060 €
45	534 €	24.030 €	14.875 €	9.155 €
50	504 €	25.200 €	16.250 €	8.950 €
55	474 €	26.070 €	17.625 €	8.445 €
60	444 €	26.640 €	19.000 €	7.640 €
65	414 €	26.910 €	20.375 €	6.535 €
70	384 €	26.880 €	21.750 €	5.130 €
75	354 €	26.550 €	23.125 €	3.425 €
80	324 €	25.920 €	24.500 €	1.420 €
85	294 €	24.990 €	25.875 €	-885 €
90	264 €	23.760 €	27.250 €	-3.490 €
95	234 €	22.230 €	28.625 €	-6.395 €
100	204 €	20.400 €	30.000 €	-9.600 €

G(x) = E(x) – K(x) → G(x) = -16*x^2 + 529*x -2500
TR: x01 = 5,01 und x02 = 83,16 → x_{max} = 44,08 → 44 Stück ist die gewinnmaximale Menge.
G(44) = 9160€ p(4)=540€
Liegt der Preis bei 540€, so erzielt er den höchsten Gewinn. Der Gewinn beträgt dann 9160€.

Vergleich aller vier Alternativen

	verk. Menge	Preis	max. Gewinn
Ladengeschäft	47	884 €	13.623 €
Internethandel	70	495 €	5.400 €
Shop-in-Shop	44	540 €	9.160 €
angestellter Verkäufer	0	0 €	2.200 €

Mit dem Ladengeschäft kann Hans den größten Gewinn erzielen. Verfolgt er primär ökonomische Ziele, so sollte er sich dafür entscheiden. In jeden Fall erzielt er mehr Einkommen als als Angestellter, hat aber auch ein wesentlich größeres Risiko.

Aufgabe:

- ➔ Versuche die Funktionen (Preisabsatz-, Erlös-, Kosten- und Gewinnfunktion) rechnerisch zu ermitteln.
- ➔ Vergleiche dann die Lösungen.

Übungsaufgaben – Zur Vorbereitung auf die Arbeit

Alle nachfolgenden Aufgaben werden genauso berechnet wie zuvor.

1. Buch S. 146 A10 *(vgl. Arbeitsblätter Kostenvergleichsrechnung S. 3f)*
2. **Gegeben**: fixe Kosten 500.000 €; variable Stückkosten 250€; Preis 1500 €;
   gesucht: Kosten-, Gewinn- und Erlösfunktion, Gewinnschwelle; Kosten, Gewinn und Erlös bei 1000 Mengeneinheiten; Zeichne die Funktionen in ein Diagramm.
   (v*gl. Arbeitsblätter S. 5ff)*
3. Buch S. 145 /A 6 (Vergleiche bereits gelöste Übungsaufgaben S. 143 Aufgabe 5 und 7 S. 11 Arbeitsblätter)
4. Buch S. 143 A6
5.

Zeichnen von quadratischen Funktionen

(Erkläung s. auch Buch S. 152ff.)

$$f(x) = a*x^2 + b*x + c \qquad \text{(allg. Form)}$$

Nachfolgend siehst Du eine Wertetabelle für vier Funktionen:

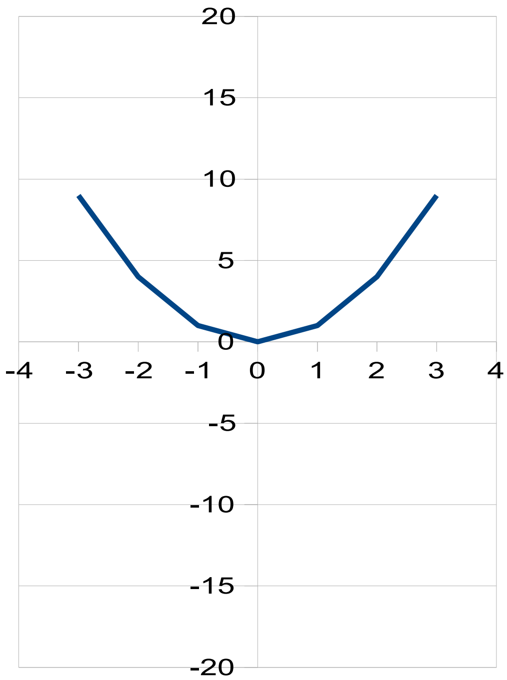
$f1(x)= x^2$
$f2(x)= 2*x^2$
$f3(x)= 0,5*x^2$
$f4(x)= -2*x^{2'}$

x	f1(x)	f2(x)	f3(x)	f4(x)
-3	9	18	4,5	-18
-2	4	8	2	-8
-1	1	2	0,5	-2
0	0	0	0	0
1	1	2	0,5	-2
2	4	8	2	-8
3	9	18	4,5	-18

$f1(x)= x^2 + 2$
$f2(x)= x^2 – 2$
$f3(x)= x^2 + 4x + 2$
$f4(x)= x^2 – 6x + 12$

x	f1(x)	f2(x)	f3(x)	f4(x)
-3	11	7	-1	39
-2	6		-2	28
-1	3	-1	-1	19
0	2	-2	2	12
1	3	-1		7
2		2	14	4
3	11	7	23	3

1. Zeichne die Funktionen in ein Koordinatensystem (KOS)



wie sieht der Graph der Funktion aus wenn, …

1. a > 1 bzw. < -1 ist (f2 und f4) ?

2. a negativ ist (f4)?

3. a > -1 oder a < 1 ist (f3) ?

Errechne die fehlenden Werte und zeichne die Funktionen in ein Koordinatensystem (KOS) ...

Zeichnung:

Aussehen von $f(x) = a*x^2 + b*x + c$

... der Graph ist nach oben verschoben, wenn .....

.... der Graph ist nach unten verschoben, wenn .....

.... der Graph ist nach rechts verschoben, wenn .....

.... der Graph ist nach links verschoben, wenn .....

Verlauf einer quadratischen Funktion – Zusammenfassung

$$f(x) = a*x^2 + b*x + c$$

Der Verlauf einer quadratischen Funktion (Aussehen) ist abhängig von den Paramtern a,b und c.

… sie ist nach oben geöffnet, wenn

… sie ist nach unten geöffnet, wenn

… sie ist gestaucht, wenn

… sie ist gestreckt, wenn

… sie ist nach rechts verschoben, wenn

… sie ist nach links verschoben, wenn

… sie ist nach unten verschoben, wenn

… sie ist nach oben verschoben, wenn

Schnittpunkte mit der x-Achse

… sie hat keinen Schnittpunkt mit der x-Achse, wenn

… sie hat einen Schnittpunkt mit der x-Achse, wenn

… sie hat zwei Schnittpunkte mit der x-Achse

Eine Funktion zweiten Grades hat einen Hoch- oder Tiefpunkt

… sie hat einen Hochpunkt, wenn ….

… sie hat einen Tiefpunkt, wenn …

Hat die Funktionen zwei Nullstellen, so befindet sich der Hoch- bzw. Tiefpunkt ….

Grafik das Monopol

pq-Formel

Monopolpreisbildung

In der BWL – wie auch im Leben - geht es zumeist darum die richtigen Entscheidungen zu treffen.

Dabei geht es zumeist auch darum den maximalen Gewinn zu erzielen … (Geld ist nicht wichtig / viel Geld ist jedoch was anderes …)

Mit dieser Situation sind auch Elke und Hubert konfrontiert.
So geht es auch Hans Huber & Elke Engel. Sie überlegen, sich selbstständig zu machen.

	
Elke möchte sich mit dem Handel von hochwertigen Bambusfahrrädern selbstständig machen	Hans mit der Produktion und dem Verkauf von Hoverboards.

Drittes Produkt Tablets . Im Konkurrenzumfeld (Amazon) 750 Euro. (Polypol); Versandhandel / Ladengeschäft in Köln und in Leverkusen. Geld von Bank / Kosten xxx Euro.
Wie viel muss er mindestens verkaufen (Lebensunterhalt decken; derzeit verdient er …);

Welche Alternativen stellen sich für Elke E; Hubert

Welche Entscheidungen kann ich mit mathematischen Mitteln unterstützen / Was kann ich berechnen wo liegen die Grenzen? (Rote Karten / Grüne Karten …)
Wovon ist es abhängig wie sich jeder entscheiden sollte?
Was kann ich berechnen? Was sagt das aus?

Analysiert für Elke und für Hans die Situation und helft ihnen die richtigen Entscheidungen zu treffen.

Vorgehen:

7. Dazu werden Gruppen von jeweils 4 Schülerinnen und Schülern gebildet, die einen der zwei Fälle. Jede Gruppe bearbeitet dabei nur einen Fall.
8. Jeder Schüler liest die Situationsbeschreibung durch und macht sich Notizen zum Vorgehen.
9. Überlegt **zusammen**, welche Rechenschritte notwendig sind,bzw. was in welcher Reihenfolge berechnet werden muss, um die richtigen Entscheidungen zu treffen.
10. Bestimmt jeweils ein Zweier-Team, das die Kostensituation analysiert und eines, welches die Erlössituation analysiert.
11. Gegenseitig präsentieren / Austauschen
12. Führt die Ergebnisse zusammen, um die Gewinnsituation zu analysieren. Teilt Euch auch hier die Arbeit.
13. Tragt eure Ergebnisse auf der Folie zusammen und leitet daraus eure Empfehlung ab.

Situation Hans

Hans arbeitet derzeit als Techniker bei Tera®, einem führenden Hersteller für Hoverboards und verdient dabei 3800 Euro monatlich. Er traut sich

Hans
Möglich auch als Angestellter xxx zu arbeiten (Einkommen in Höhe von ….Unternehmer Hans Hoverboards

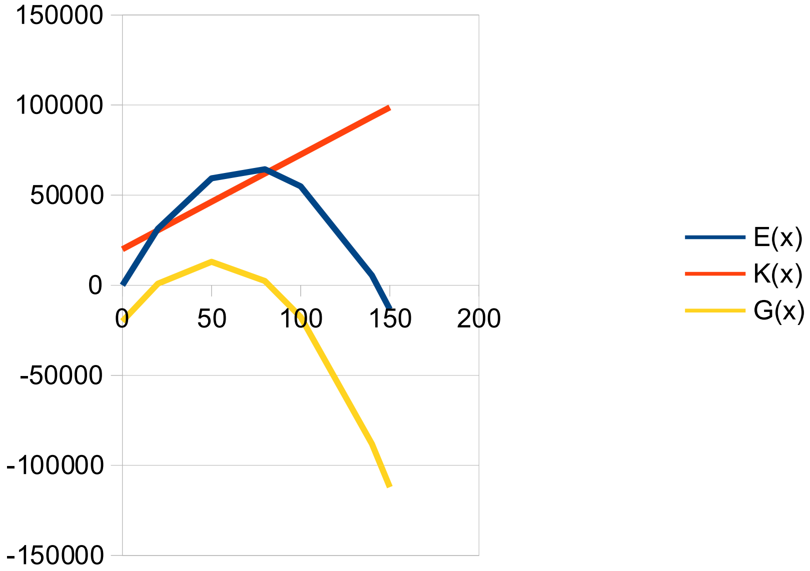
lin PAF (Punkte vorgeben) sinkend
zwei unterschiedliche Kostenfunktionen (Kapaz)

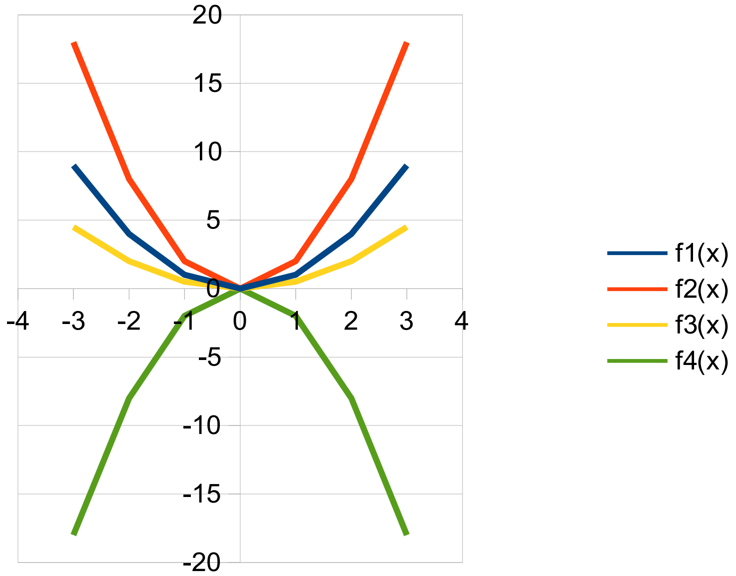
Elke überlegt

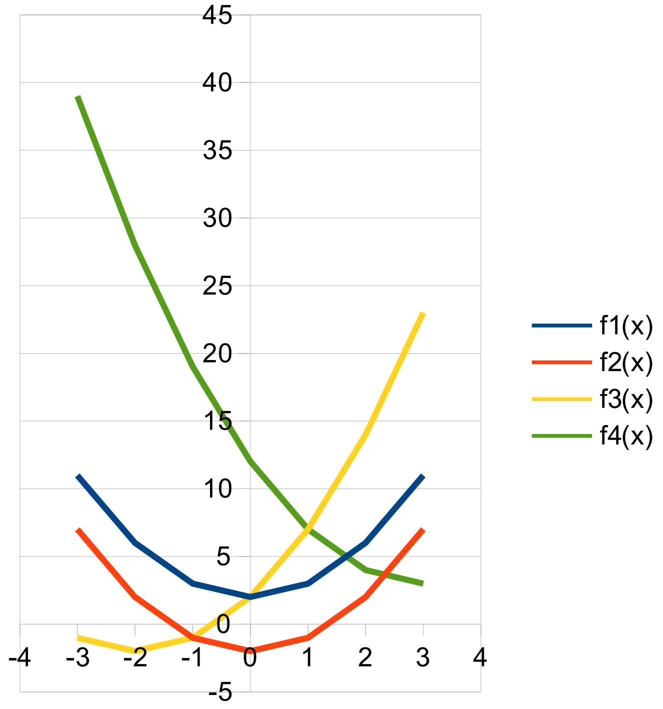
Lösungen

Elke - Bambusfahrräder:

		p(x)*x		E(x)-K(x)
x	p(x)	E(x)	K(x)	G(x)
0	1.823,75 €	0,00 €	20.000,00 €	-20.000,00 €
20	1.568,75 €	31.375,00 €	30.500,00 €	875,00 €
50	1.186,25 €	59.312,50 €	46.250,00 €	13.062,50 €
80	803,75 €	64.300,00 €	62.000,00 €	2.300,00 €
100	548,75 €	54.875,00 €	72.500,00 €	-17.625,00 €
140	38,75 €	5.425,00 €	93.500,00 €	-88.075,00 €
150	-88,75 €	-13.312,50 €	98.750,00 €	-112.062,50 €




20
15
10
5
0
-5
-10
-15
-20
-4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4
f1(x)
f2(x)
f3(x)
f4(x)


45
40
35
30
25
20
15
10
5
0
-5
-4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4
f1(x)
f2(x)
f3(x)
f4(x)