



$$f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$$

- Bestimme alle Achsenschnittpunkte der Funktion f .
- Berechne alle Extrempunkte der Funktion f , gib ihre Art (Minimum oder Maximum) an.
- Berechne den Wendepunkt der Funktion f .
- Bestimme die Funktionsgleichung der Wendetangente.
- Zeichne den Graphen der Funktion f für $-2,5 \leq x \leq 3$ mit Hilfe der obigen Ergebnisse. Berechne außerdem $f(-2,5)$ und $f(3)$.

Lösungen

$$a) f(x) = 0 \rightarrow x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0 \quad 1 - 1 - 4 + 4 = 0 \quad x_1 = 1$$

$$(x^3 - x^2 - 4x + 4) : (x - 1) = x^2 + 0x - 4$$

$$\begin{array}{r} -(x^3 - x^2) \\ \hline 0x^2 - 4x + 4 \\ -(-4x + 4) \\ \hline 0 \end{array}$$

$$x^2 - 4 = 0 \quad | +4 \quad x^2 = 4 \quad x_2 = 2 \quad x_3 = -2$$

$$S_{x1}(1 | 0) \quad S_{x2}(2 | 0) \quad S_{x3}(-2 | 0) \quad S_y(0 | 4)$$

$$b) f'(x) = 3x^2 - 2x - 4 \quad f''(x) = 6x - 2 \quad f'''(x) = 6$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow 3x^2 - 2x - 4 = 0 \quad x^2 - 0,6667x - 1,3333 = 0 \quad x_{1/2} = 0,3333 \pm \sqrt{0,3333^2 + 1,3333} = 0,3333 \pm 1,2019$$

$$x_1 = 1,5352 \quad f''(1,5352) = 7,2112 > 0 \rightarrow \text{Min}(1,5352 | -0,8794) \quad \text{mit } f(1,5352) = -0,8794$$

$$x_2 = -0,8685 \quad f''(-0,8685) = -7,211 < 0 \rightarrow \text{Max}(-0,8685 | 6,0646) \quad \text{mit } f(-0,8685) = 6,0646$$

$$c) f''(x) = 0 \rightarrow 6x - 2 = 0 \quad x_w = 0,3333$$

$$f'''(0,3333) = 6 \neq 0 \rightarrow \text{WP}(0,3333 | 2,5927)$$

$$\text{mit } f(0,3333) = 2,5927$$

$$d) t(x) = m x + b \quad m = f'(0,3333) = -4,33$$

$$t(x) = -4,33 x + b$$

$$2,5927 = -4,33 \cdot 0,3333 + b \quad b = 4,0359$$

$$t(x) = -4,33 x + 4,0359$$

$$e) f(-2,5) = -7,875 \quad f(3) = 10$$

